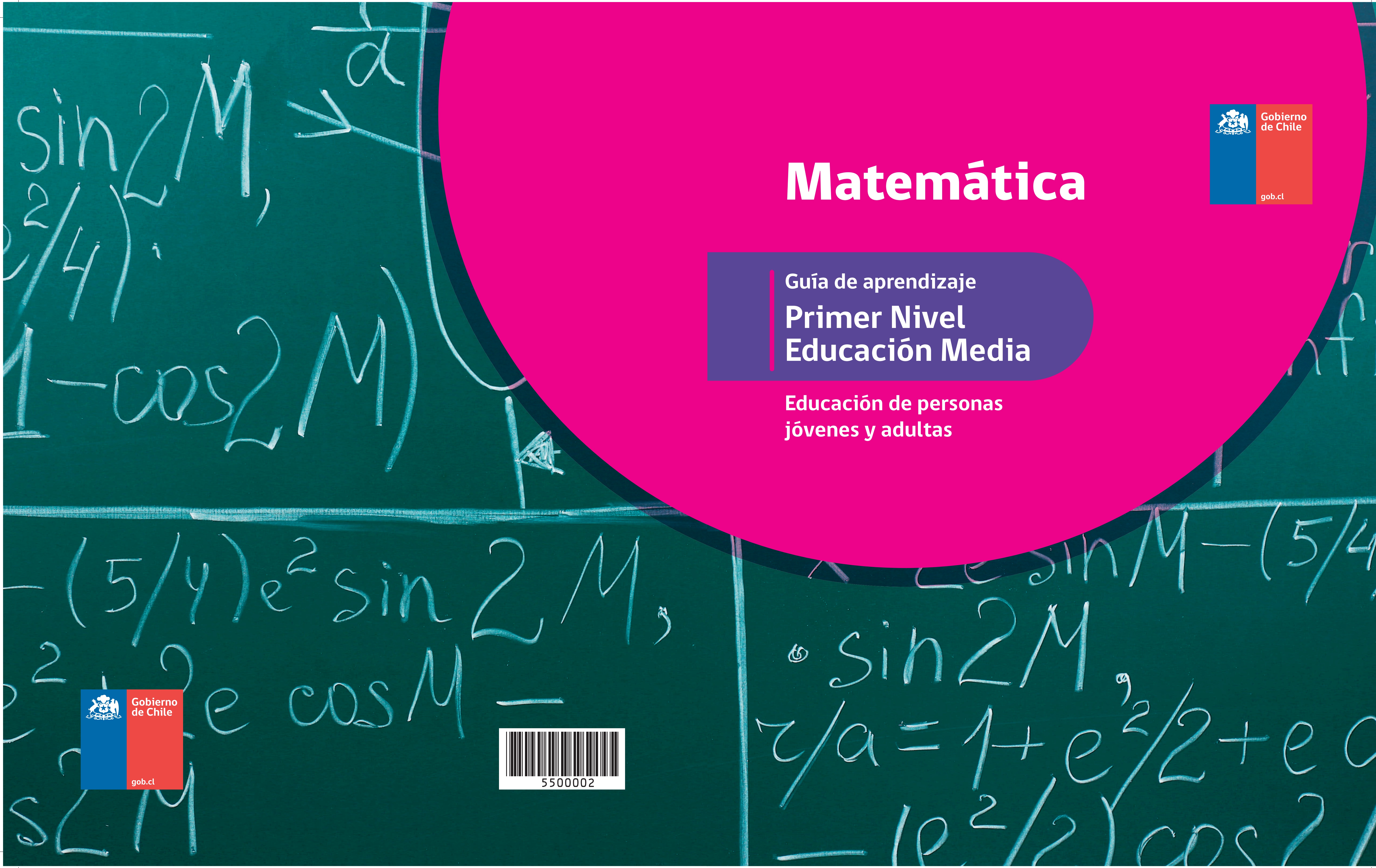


Gobierno de Chile

gob.cl

Matemática

Guía de aprendizaje

Primer Nivel Educación Media

Educación de personas jóvenes y adultas

Gobierno de Chile

gob.cl

5500002

115492 TAPAS ARMADAS 1º MEDIO MATEMATICA.indd Todas las páginas 17-07-24 13:27

Matemática

Guía de aprendizaje

Primer Nivel Educación Media

Educación de personas jóvenes y adultas

Gobierno de Chile

gob.cl

15492 1°M MAT.pdf 1 03-07-24 15:58

Ministerio de Educación
Avda. Bernardo O'Higgins 1371, Santiago de Chile

Inscripción registro propiedad intelectual: 2024-A-6513

Guía de Matemáticas Primer Nivel Educación Media
Autora
Caroline Ivonne Marambio Cárcamo
Editora
Miranda Isadora Montealegre Barros
Diseño y diagramación:
Innovaweb
Coordinación General
María Eugenia Letelier Gálvez
Área de Trayectorias Educativas y Aprendizaje a lo largo de la vida

Impreso por
Quilicura Impresores

Número de ejemplares: 30.240

Primera edición, año 2024

Certificado PEFC
Este producto proviene de bosques manejados en forma sustentable y fuentes controladas.
PEFC
PEFC/24-31-1900
www.pefc.org

115492 1°M MAT.pdf 2 03-07-24 15:58

Presentación

Para el Ministerio de Educación, es muy grato poner a disposición de docentes y estudiantes de la modalidad de Educación de Personas Jóvenes y Adultas, este material educativo destinado a apoyar el aprendizaje de las y los estudiantes del Primer Nivel de Educación Media.

Este recurso didáctico es un documento de carácter instructivo y orientador que describe la secuencia de actividades que permitirán alcanzar los resultados de aprendizaje esperados. En su elaboración se tuvo en cuenta el contexto de la modalidad y las características de las y los estudiantes que forman parte de las comunidades educativas. Para potenciar su apoyo a la didáctica, el material educativo se organiza en módulos y unidades, cada unidad desarrolla temas destinados a despertar el interés por el proceso de aprendizaje, contiene ejercicios y evaluaciones que permiten a los estudiantes revisar lo aprendido y orienta los pasos para el logro autónomo de nuevos aprendizajes.

El Ministerio de Educación tiene el compromiso de proporcionar una oferta educativa de calidad con recursos adecuados, pertinentes y motivadores que garanticen oportunidades equitativas de aprendizaje contribuyendo no sólo a la experiencia formativa, sino principalmente que ésta sea una oportunidad de retomar y continuar sus trayectorias educativas lo que constituye un derecho fundamental en la vida de las personas

Margarita Makuc Sierralta

Jefa División de Educación General

Ministerio de Educación

115492 1°M MAT.pdf 3 03-07-24 15:58

Unidad de números

Potenciación

Edward Kasner introdujo el término **gúgol**, palabra que serviría de inspiración para el nombre de una de las empresas más influyentes del mundo, Google.

Como docente en la Universidad de Columbia, Kasner estaba buscando cómo explicar conceptos matemáticos complejos y despertar el interés por esta ciencia, «quería llamar la atención sobre números que son enormes cuando los dotamos de significado físico y los pensamos como cantidades» Entonces pidió ayuda a su sobrino de 9 años para inventarle un nombre atractivo a uno de estos números grandes, al 1 seguido de 100 ceros con la condición de que tuviese muchas «o» para representar sus muchos ceros (gúgol, «googol» en inglés).

Explica que hay ciertos números enormes que se conocen por nombres específicos al estar asociados a problemas concretos. Como es el número de Shannon (un 1 seguido de 120 ceros), que es la estimación de la cantidad de partidas posibles, que tiene el juego de ajedrez. Sin embargo, gúgol "aún no tiene una utilidad práctica concreta".

Fuente: adaptado de *https://www.bbc.com/mundo/noticias-51802954*

Un gúgol, es un número tan grande que inspiró el nombre de "Google". Complétalo:

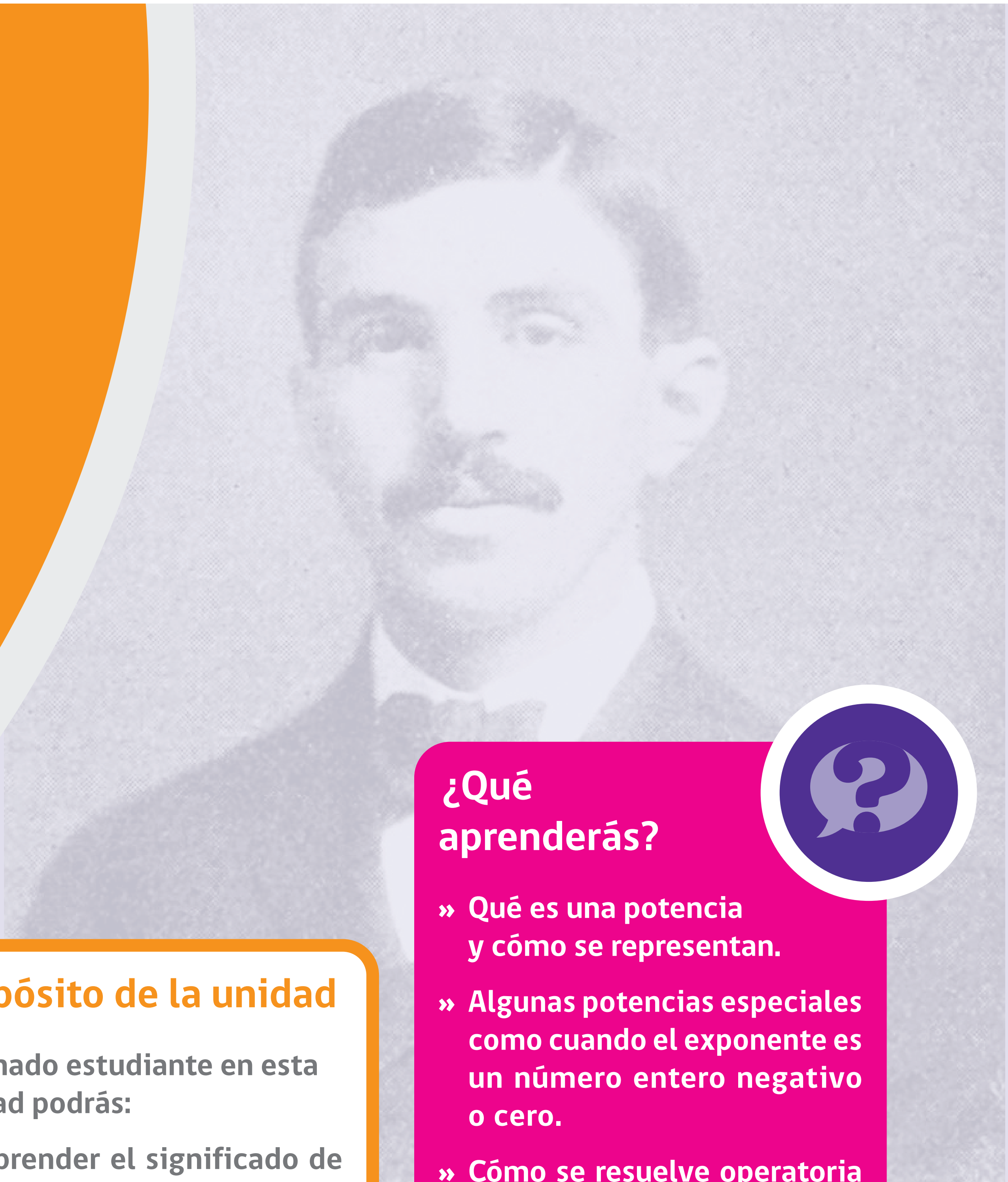
1 gúgol = 10^{100} = 10 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000

____

____

____

115492 1°M MAT.pdf 4 03-07-24 15:58



¿Qué aprenderás?

» Qué es una potencia y cómo se representan.

» Algunas potencias especiales como cuando el exponente es un número entero negativo o cero.

» Cómo se resuelve operatoria con potencias, en especial multiplicaciones, divisiones y la potenciación de potencias.

» Resolver problemas de la vida diaria y de otras áreas del conocimiento, relacionados con potencias de base racional y exponente entero.

Propósito de la unidad

Estimado estudiante en esta unidad podrás:

Comprender el significado de potencias de base racional y exponente entero.

Resolver problemas usando el concepto de potencia y las propiedades bajo las distintas operaciones matemáticas, en especial la multiplicación y división.

115492 1°M MAT.pdf 5 03-07-24 15:58

UNIDAD DE NÚMEROS

Lee las siguientes situaciones y contesta las preguntas

1. Andrea comenzó a trabajar en el mes de marzo, han transcurrido ya 8 meses. Ha recibido mensualmente $35 000 extra por concepto de transporte y ha decidido ahorrar parte de ese dinero. El primer mes comienza con $500, el segundo mes dejó el doble del mes anterior y así hasta el octavo mes. Observa la tabla donde registró sus ahorros:

Mes	Dinero para transporte	Ahorro
Marzo	35 000	500
Abril	35 000	500 • 2
Mayo	35 000	500 • 2 • 2
Junio	35 000	500 • 2 • 2 • 2
Julio	35 000	500 • 2 • 2 • 2 • 2
Agosto	35 000	500 • 2 • 2 • 2 • 2• 2
Septiembre	35 000	500 • 2 • 2 • 2 • 2 • 2 • 2
Octubre	35 000	500 • 2 • 2 • 2 • 2 • 2 • 2 • 2
Operatoria para calcular el total	8 veces 35 000 = 8 • 35 000	500 • 2^7

a. Para determinar el total de dinero que recibe para transporte durante los 8 meses, ¿qué operación realiza? ¿Por qué?

b. Para calcular el total de dinero que debe ahorrar en agosto, ¿qué operación debe realizar? ¿Por qué?

c. ¿Cuánto dinero debería ahorrar el mes de octubre? ¿le alcanza con lo que recibe extra?

d. ¿Qué operación debe realizar para calcular el dinero que debería ahorrar en diciembre?

e. Explica la diferencia entre las operaciones que hay que realizar para calcular el total del dinero para transporte y el total de ahorro, durante los 8 meses. ¿Por qué se deben usar procedimientos distintos?

115492 1°M MAT.pdf 6

03-07-24 15:58

2. Marcelo debe cancelar una deuda que asciende a $160 000, decide ir pagando la mitad de lo adeudado mes a mes. Él, ordena sus cuentas en la siguiente tabla con la cantidad de dinero que debe cancelar cada mes:

Mes	Procedimiento	Dinero abonado	Dinero adeudado
Mayo	0	0	160 000
Junio	$160\,000 \cdot \frac{1}{2}$	80 000	80 000
Julio	$160\,000 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	40 000	40 000
Agosto	$160\,000 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	20 000	20 000
Septiembre	$160\,000 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	10 000	10 000
Octubre	$160\,000 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	5 000	5 000

Observa que para calcular la cantidad de dinero que debería abonar a su deuda el mes de julio, tendría que determinar la mitad de la mitad de $160 000, lo que equivale a resolver el ejercicio $\mathbf{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 160\,000}$ que es lo mismo $\mathbf{160\,000 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 160\,000 \cdot \frac{1}{4}}$

Considerando la explicación anterior contesta las siguientes preguntas:

a. Calcula, ¿cuántos meses se demora en cancelar su deuda?

b. Al cancelar su deuda, ¿cuánto dinero paga el último mes?

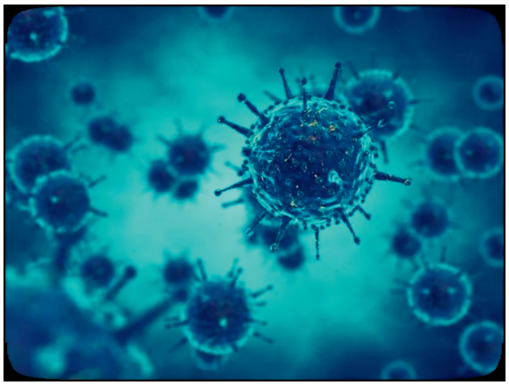
c. Escribe la expresión numérica que permite calcular el total de dinero que debe pagar en noviembre.

Comparte los resultados con tu grupo y comenta, ¿en qué se parecen las situaciones planteadas en los ejercicios 1 y 2?

115492 1°M MAT.pdf 7 03-07-24 15:58

3. Las bacterias están formadas por una sola célula y miden entre **0,0005 mm** y **0,004 mm** según el tipo de bacteria. Para comprender lo pequeña que son hay que imaginarse que en una cabeza de alfiler caben alrededor de **3 millones** de bacterias.

Estas cantidades también se puede escribir usando potencias, observa cómo se escriben los números destacados:



$$\mathbf{3\,000\,000} = 3 \cdot 1\,000\,000 = 3 \cdot 10^{6}$$

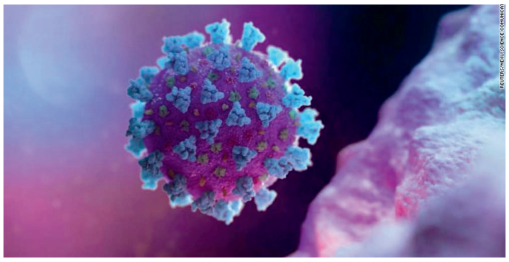
$$\mathbf{0{,}0005\ mm} = 5 \cdot 0{,}0001 = 5 \cdot \frac{1}{10\,000} = 5 \cdot \frac{1}{10^{4}} = 5 \cdot 10^{-4}$$

$$\mathbf{0{,}004\ mm} = 4 \cdot 0{,}001 = 4 \cdot \frac{1}{1\,000} = 4 \cdot \frac{1}{10^{3}} = 4 \cdot 10^{-3}$$

4. Los virus son aún más pequeños, como, por ejemplo, los viriones del coronavirus son partículas esféricas con diámetros entre **0,00006 milímetros** y **0,00014 milímetros**, pero más grandes que algunas partículas de polvo y gases cuyo tamaño es de **0,000007 mm**

Escribe los números destacados usando potencias de base 10.

0,00006 =



0,00014 =

0,000007 =

Complementa tu práctica sobre la operatoria con números enteros en:

Lee y realiza los ejercicios propuestos

https://proyectodescartes.org/iCartesiLibri/materiales_didacticos/LibroEnterosII-JS/index.html

Definición de una potencia

Una potencia es una forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales. En ella se reconocen la **base** y el **exponente.** A continuación, su notación.

exponente

base ← a^n donde **a** es un número racional y **n** un número entero

Se lee: "**a** elevado a **n**".

Por ejemplo:

- » **3^4** se lee "tres elevado a cuatro" o "tres elevado a la cuarta potencia"
- » **$(-4)^2$** se lee "cuatro negativo elevado a dos" o "cuatro negativo al cuadrado"
- » $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}$ se lee "cuatro quintos elevado a menos dos"
- » $\left(\frac{2}{3}\right)^{3}$ se lee "dos tercios al cubo" o "el cubo de dos tercios"

En una potencia la **base** corresponde al factor que se repite; el **exponente** indica cuántas veces debe repetirse dicho factor, por ejemplo **$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$**

Actividad 1

1. Según lo explicado anteriormente, escribe usando la notación de potencias:

a. El cubo de 5

b. El cuadrado de 10

c. A la cuarta potencia de 2 se le agrega el cuadrado de 3 negativo

d. El producto entre 10 al cubo y 2 a la quinta

2. Escribe como se leen las siguientes potencias:

a. $(-3)^4$ ______________________________

b. 6^{-2} ______________________________

c. $\left(\frac{1}{2}\right)^{3}$ ______________________________

d. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$ ______________________________

e. $\left(\frac{4}{3}\right)^{5}$ ______________________________

115492 1°M MAT.pdf 9 03-07-24 15:58

¿Cómo calcular el valor de una potencia?

El **valor de la potencia** es el producto que se obtiene al multiplicar la base por sí misma, tantas veces como lo indica el exponente, es decir:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot ... \cdot a}_{\text{desarrollo de la potencia}} \text{ n veces} = \underbrace{b}_{\text{valor de la potencia}}$$

Por ejemplo:

» $3^4 = -3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3 = 81$

» $(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = 16$

» $\left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{5}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5 \cdot 5}{4 \cdot 4} = \frac{25}{16}$

» $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{8}{27}$

Para no olvidar potencias con o sin paréntesis

Sin paréntesis $-7^2 = -7 \cdot 7$ observa que -7^2 es el opuesto aditivo de la potencia 7^2
$= -49$

Con paréntesis $(-7)^2 = -7 \cdot -7$ observa que la base de la potencia es (-7)
$= 49$

Actividad 2:

1. ¿Cuál es el valor de las siguientes potencias?

a. $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ ____________ **b.** $\left(\frac{2}{4}\right)^3$ ____________ **c.** -4^3 ____________

d. 2^3 ____________ **e.** $\left(-\frac{3}{5}\right)^2$ ____________ **f.** $(-5)^4$ ____________

2. Completa en el recuadro el exponente que falta para que la igualdad sea verdadera.

a. $(-4)^{\square} = 256$ **b.** $8^{\square} = 512$ **c.** $(-2)^{\square} = -32$

d. $(-1)^{\square} = -1$ **e.** $(-10)^{\square} = 1\ 000\ 000$ **f.** $9^{\square} = 81$

115492 1°M MAT.pdf 10 03-07-24 15:58

3. Resuelve los siguientes ejercicios y verifica si es verdadera o falsa la afirmación. Marca con una X en el recuadro.

a. $(3 \cdot 4)^3 = 3^3 \cdot 4^3$ ☐ Verdadero ☐ Falso

b. $6^2 : 2^2 = (6 : 2)^2$ ☐ Verdadero ☐ Falso

c. $(2 + 5)^3 = 2^3 + 5^3$ ☐ Verdadero ☐ Falso

d. El valor de la potencia $(-3)^{42}$ es positivo ☐ Verdadero ☐ Falso

e. El valor de la potencia $(-3)^{39}$ es positivo ☐ Verdadero ☐ Falso

f. El valor de la potencia -3^{41} es positivo ☐ Verdadero ☐ Falso

4. En el último concurso de la lotería hay 4 premios donde el primer premio es de 10^9, el segundo premio de 10^8 y el tercer premio es de 10^7 ¿A cuánto dinero equivale cada uno de los premios?

Primer premio: $10^9 = 10 \cdot 10 \cdot$ ____________________ = ____________________

Segundo premio: $10^8 =$ ____________________ = ____________________

Tercer premio: $10^7 =$ ____________________ = ____________________

5. Responde las siguientes preguntas:

a. ¿Por qué en algunos casos el valor de una potencia es negativo?, ¿tendrá alguna relación con la base y el exponente? Explica dando ejemplos.

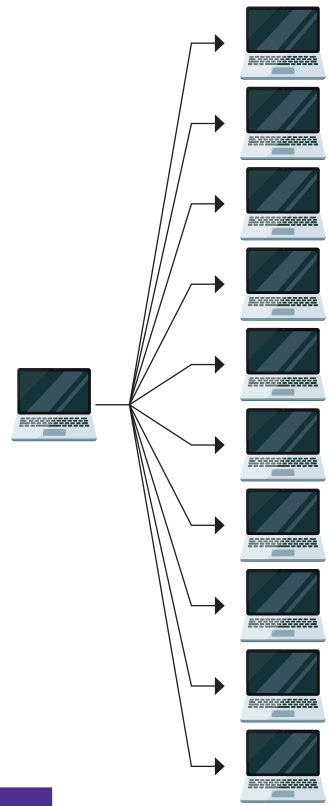
b. Si la base de una potencia es negativa, ¿por qué los resultados pueden ser positivos o negativos?, ¿de qué depende? Explica dando ejemplos.

c. Si el exponente de una potencia es impar, ¿cuándo el valor de la potencia es negativo?

d. Si la base de una potencia es positiva, el valor de la potencia ¿puede ser negativo?, ¿por qué?

115492 1°M MAT.pdf 11 03-07-24 15:58

6. Un virus informático es un tipo de programa o código malicioso escrito para modificar el funcionamiento de un computador. Está diseñado para propagarse de un equipo a otro. En una oficina, Javiera tiene su equipo infectado y sin saber, al día siguiente envía un correo a 10 de sus compañeros de oficina. Al tercer día cada uno de sus compañeros reenvía el mismo correo a otros 10 usuarios. Contesta las siguientes preguntas considerando que el proceso se repite durante 5 días



a. ¿Cuántos computadores se infectaron el primer día?

b. ¿Cuántos computadores se infectaron el segundo día?

c. ¿Cuántos computadores nuevos se infectaron el tercer día?

d. ¿Cuántos computadores nuevos se infectaron el quinto día?

7. Completa la siguiente tabla con los datos que faltan:

Día	Nuevos computadores infectados	Total de computadores infectados
1	$10^0 = 1$	
2	$10^1 = 10$	
3		
4		
5		

Comparte tus soluciones con tu grupo y comenten ¿qué ejercicio de la **actividad 2** les pareció más difícil y por qué?

115492 1°M MAT.pdf 12 03-07-24 15:58

Propiedades de las potencias

» Una potencia con exponente negativo es equivalente al inverso multiplicativo de la base elevada al exponente positivo

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$ donde a, b y n son números enteros distintos de 0

» Una potencia con exponente igual a 0, su valor es siempre 1

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{0} = 1$$ donde a y b son números enteros con b distinto de 0

» Una potencia con exponente igual a 1 su valor es igual a la base

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{1} = \frac{a}{b}$$ donde a y b son números enteros con b distinto de 0

Actividad 3

1. Escribe los siguientes ejercicios como potencias, sigue el ejemplo:

$(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = (-3)^3 \cdot 2^3$ multiplicación de potencias de igual exponente

a. $\{(-2) \cdot (-2)\} \cdot \{(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)\} =$

b. $(6 \cdot 6 \cdot 6) : \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) =$

c. $\{(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)\} : \{(-5) \cdot (-5)\} =$

d. $(-15) \cdot (-15) \cdot (-15) : \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}\right) =$

2. Compara los resultados, en cada caso y completa con **mayor (>), menor (<)** o **igual (=)**.

a. 2^3 _______ $(-2)^1$

b. $\left(-\frac{2}{3}\right)^0$ _______ 7^0

c. $(-1)^6$ _______ $(-2)^1$

d. -1^3 _______ $(-1)^0$

e. 1^0 _______ -7^0

f. $(-1)^3$ _______ $\left(-\frac{6}{3}\right)^1$

g. 2^1 _______ $\left(-\frac{3}{3}\right)^1$

h. $(-1)^5$ _______ $\left(\frac{14}{2}\right)^0$

i. $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1}$ _______ $(-2)^1$

115492 1°M MAT.pdf 13

03-07-24 15:58

Operatoria con potencias

Para resolver ejercicios que involucran potencias, puedes aplicar algunas propiedades que facilitan el cálculo de su valor. Es importante recordar que solo hay propiedades para la multiplicación y división de potencias de igual base o igual exponente.

En la multiplicación

» En la **multiplicación de potencias de igual base**, se conserva la base y se suman los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n} \quad \boldsymbol{b} \text{ es distinto de } 0.$$

$$\text{Por ejemplo } \left(\frac{3}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^7 = \left(\frac{3}{5}\right)^{5+7} = \left(\frac{3}{5}\right)^{12}$$

» En la **multiplicación de potencias de igual exponente**, se conserva el exponente y se multiplican las bases

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^m = \left(\frac{ac}{bd}\right)^m \quad \boldsymbol{b} \text{ y } \boldsymbol{d} \text{ distintos de } 0$$

$$\text{Por ejemplo } \left(\frac{1}{6}\right)^8 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^8 = \left(\frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 8}\right)^8 = \left(\frac{5}{48}\right)^8$$

Actividad 4

1. Aplica las propiedades de las potencias para resolver los siguientes ejercicios:

a. $(0{,}5)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 =$ ________________

b. $\left(\frac{-1}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^{-4} =$ ________________

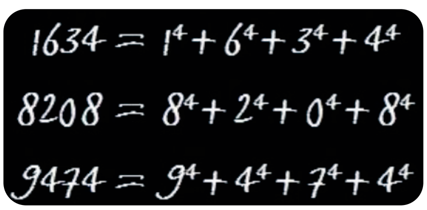
c. $\left(\frac{3}{2}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{10} =$ ________________

d. $(0{,}5)^8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot 2^{10} =$ ________________

e. $\left(\frac{9}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{9}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{2}\right)^{-5} =$ ________________

Desafío

Verifica que se cumplen las igualdades, puedes ayudarte con la calculadora.



Si te fijas, estos tres números de cuatro dígitos cumplen con ser iguales a la suma de sus dígitos elevados a la cuarta potencia. ¿Serán los únicos que cumplen con esa condición?

115492 1°M MAT.pdf 14

03-07-24 15:58

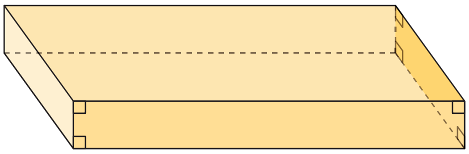
2. Una inmobiliaria determina la medida de la superficie de distintos terrenos que aún le faltan por vender. Considerando que para determinar el área de un rectángulo o cuadrado hay que multiplicar la medida del largo por el ancho. Calcula el área de los terrenos que aún faltan por vender.

a. El terreno A mide 15^3 metros de largo y 10^3 metros de ancho ¿Cuál es la medida del área?

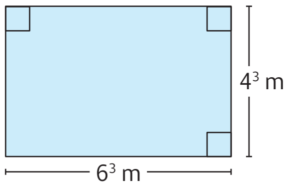
b. El terreno B mide 21^4 metros de largo y 21^3 metros de ancho ¿Cuántos metros cuadrados mide de área?

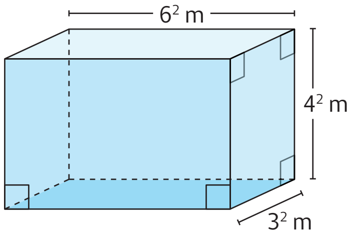
c. El terreno C mide 100^3 metros cuadrados de área y 10^3 metros de ancho ¿Cuántos metros mide de largo?

3. La caja que muestra la figura tiene las siguientes medidas: 8 m de alto, 27 cm de ancho y 64 cm de largo. Expresa el volumen de la caja como una potencia:



4. Completa los datos que faltan utilizando potencias, luego calcula el área de la figura geométrica y el volumen del cuerpo geométrico:





Área = ______ • ______ = ______ = ______ = m^2

Volumen = ______ • ______ • ______ = ______ = ______= m^3

Comparte tus soluciones con tu grupo y realicen un listado de conceptos matemáticos que usaron para resolver los ejercicios de la **actividad 4**.

115492 1°M MAT.pdf 15

03-07-24 15:58

En la división

- En la **división de potencias de igual base**, se conserva la base y se restan los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n} \quad \boldsymbol{b} \text{ es distinto de 0.}$$

$$\text{Por ejemplo } \left(\frac{3}{5}\right)^5 : \left(\frac{3}{5}\right)^7 = \left(\frac{3}{5}\right)^{5-7} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9}$$

- En la **división de potencias de igual exponente**, se conserva el exponente y se dividen las bases.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{c}{d}\right)^m = \left(\frac{ac}{bd}\right)^m \quad \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \text{ y } \boldsymbol{d} \text{ distintos de 0}$$

$$\text{Por ejemplo } \left(\frac{1}{6}\right)^8 : \left(\frac{5}{2}\right)^8 = \left(\frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 5}\right)^8 = \left(\frac{2}{30}\right)^8 = \left(\frac{1}{15}\right)^8$$

Actividad 5

1. Aplica las propiedades de las potencias para resolver los siguientes ejercicios:

a. $(0{,}5)^2 : \left(\frac{3}{2}\right)^2 =$ ______________________________

b. $\left(\frac{-1}{2}\right)^6 : \left(\frac{-1}{2}\right)^{-4} =$ ______________________________

c. $\left(\frac{1}{2}\right)^8 : \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10} =$ ______________________________

d. $(0{,}2)^8 : \left(\frac{1}{5}\right)^1 \cdot (0{,}2)^5 =$ ______________________________

e. $\left(\frac{3}{2}\right)^1 : \left(\frac{3}{2}\right)^3 : \left(\frac{3}{2}\right)^{-5} =$ ______________________________

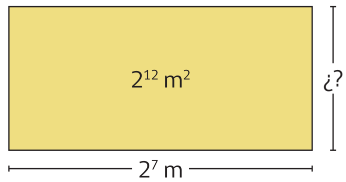
f. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-9} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-4} : 1{,}5^{10} : \left(\frac{3}{2}\right)^{12} =$ ______________________________

g. $\left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^6 : \left(\frac{1}{5}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 : \left(\frac{1}{5}\right)^0 =$ ______________________________

En parejas resuelvan los problemas del 2 al 5. Comenten qué conceptos o propiedades matemáticas usarán para contestar las preguntas.

115492 1°M MAT.pdf 16 03-07-24 15:58

2. Un agricultor desea cultivar lechugas en un terreno rectangular de área 2^{12} metros cuadrados y 2^7 metros de largo. Para organizar el cultivo, necesita saber la medida del ancho del terreno, ¿cuántos metros mide?



3. Un terreno cuadrado mide 90^2 metros cuadrados de área, ¿cuántos metros mide el lado del terreno?

¿Cuántos metros mide el perímetro del terreno?

4. Se ha calculado que con 4 000 baldosas cuadradas se alcanza a cubrir una habitación de superficie cuadrada. ¿Cuántas baldosas se tendrá que poner por cada lado al usar lo máximo de baldosas?

¿Cuántas baldosas sobran?

5. Explica: ¿Por qué con 864 baldosas cuadradas no se puede cubrir una habitación con superficie cuadrada usando 30 baldosas por filas?

115492 1°M MAT.pdf 17
03-07-24 15:58

Desafío

En parejas y con ayuda de una calculadora averiguen si se cumple la siguiente igualdad:

$$24\,678\,050 = 2^8 + 4^8 + 6^8 + 7^8 + 8^8 + 0^8 + 5^8 + 0^8$$

Describe en palabras el ejercicio.

____

____

____

____

En la **potencia de una potencia**, se conserva la base y se multiplican los exponentes.

$\left(\left(\frac{a}{b}\right)^m\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \cdot n}$ donde b es distinto de 0.

Por ejemplo $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^3\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^{3 \cdot 2} = \left(\frac{2}{5}\right)^6$

Actividad 6

1. Aplica las propiedades de las potencias para resolver los siguientes ejercicios:

a. $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^2 =$ ____

b. $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^3\right)^2 \bullet \left(\left(\frac{2}{5}\right)^3\right)^2 =$ ____

c. $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^3\right)^2 : \left(\left(\frac{2}{5}\right)^3\right)^2 =$ ____

d. $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^3\right)^2 \bullet \left(\left(\frac{2}{5}\right)^3\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^3 =$ ____

e. $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^3\right)^2 : \left(\left(\frac{2}{5}\right)^3\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^3 =$ ____

2. Completa con los exponentes que faltan para que se cumpla la igualdad:

a. $\left(\left(\frac{1}{5}\right)^2\right)^{\square} = \left(\frac{1}{5}\right)^8$

b. $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^{\square}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^{-14}$

c. $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{\square}\right)^{\square} = \left(\frac{2}{3}\right)^{24}$

d. $\left(\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^{\square}\right)^{\square} = \left(\frac{1}{2}\right)^{30}$

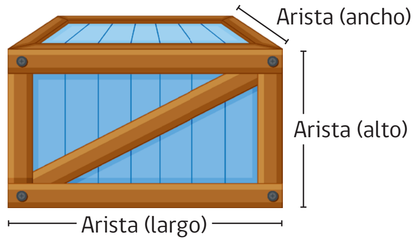
e. $\left(\left(\frac{2}{9}\right)^3\right)^{\square} = 1$

f. $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\right)^{\square} = \left(\frac{1}{3}\right)^6$

115492 1°M MAT.pdf 18 03-07-24 15:58

Resolviendo problemas aplicando potencias

Felipe construye baúles de madera a pedido, este mes ha recibido distintos encargos. Él usa las siguientes fórmulas para calcular la cantidad total de madera que ocupará:



Para la superficie total

área = 2 • (alto • largo + alto • ancho + largo • ancho)

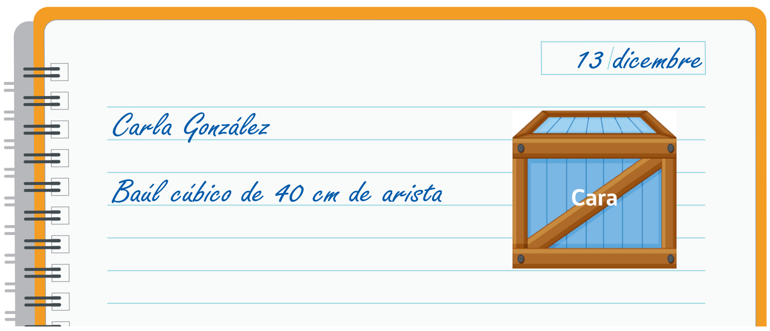
Para la capacidad

volumen = alto • largo • ancho

Actividad 7

1. Completa los datos que faltan en los siguientes pedidos.

a. Pedido 20



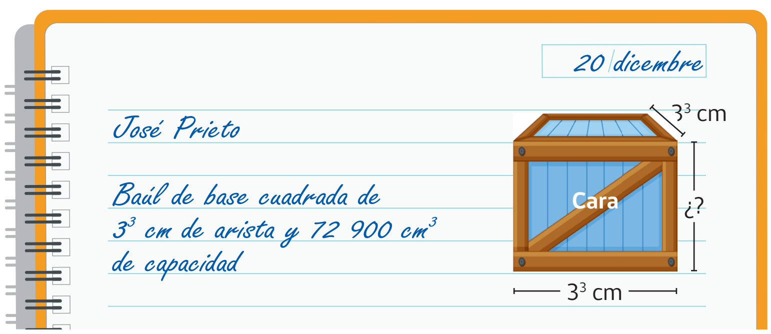
Completa las siguientes medidas del baúl de Carla. Escríbelas usando potencias:

» El área de una cara del baúl ______________________________

» El área total de la madera que se ocupará para el baúl ______________________________

» La capacidad del baúl ______________________________

b. Pedido 23



Completa las siguientes medidas del baúl de José. Escríbelas usando potencias:

» El área de la cara superior del baúl ______________________________

» La altura del baúl para que tenga la capacidad indicada ______________________________

» La suma de las áreas de las 4 caras laterales del baúl ______________________________

115492 1°M MAT.pdf 19 03-07-24 15:58

2. Una librería efectúa el inventario de algunos productos. Realiza el conteo con un paquete que contiene 12 cajas, cada caja contiene 12 estuches, y cada estuche 12 plumones.

a. Determina ¿cuántos plumones hay en un paquete?

¿Y en 12 paquetes?

b. La librería tiene 5 estantes, cada estante tiene 5 repisas, y en cada repisa caben 5 cajas con 5 libros cada una. Calcula la cantidad de libros que caben en un estante.

¿Y en los 5 estantes?

c. Un mueble para organizar pliegos de cartulina tiene 10 repisas, en cada repisa se pueden guardar 10 paquetes donde cada paquete contiene 10 pliegos de cartulina. ¿Cuántas cartulinas se pueden guardar en el mueble?

3. Dispones de una hoja de papel cuadriculada de 21 cm de ancho y 30 cm de largo, donde cada cuadrado mide 1 cm de lado, ¿cuántos centímetros cuadrados medirá el área del mayor cuadrado que puedes dibujar en esta hoja si dejas 1 cm de margen?

4. Andrés juega con su hijo pidiéndole que adivine la cantidad de dados que tiene en una bolsa. Le dice que si forma un cuadrado de 7 filas y 7 columnas con la cantidad de dados que tiene, le sobran 15 dados ¿Cuántos dados tiene Andrés?

115492 1°M MAT.pdf 20 03-07-24 15:58

5. Para una obra de teatro se necesita poner 25 filas con 25 sillas en cada hilera. ¿Cuántas sillas se ocuparán en total?

Para la segunda función, en el teatro se distribuirán 400 sillas de tal manera que sean la misma cantidad por fila que por columna. ¿Cuántas hay que poner por fila y columna?

6. Paula tiene 2 pares de zapatos, 2^2 pantalones y un número desconocido de poleras. Si puede formar 2^6 tenidas, con diferentes poleras, ¿cuántas poleras tiene?

Resuelve y comenta en pareja la estrategia que usarían para resolver el siguiente ejercicio:

7. Usando las propiedades de la operatoria con potencias, averigua ¿cuál de los siguientes números es más grande 4^{15}, 2^{12}, 8^{11}, 32^6.

Sugerencia: escribe las potencias con base 2 para poder compararlas fácilmente, pues sabemos por ejemplo que 2^8 es menor que 2^{10} pues el exponente indica la cantidad de veces que se multiplica la base y en este caso sabemos que 8 es menor que 10, al comparar sus exponentes.

115492 1°M MAT.pdf 21 03-07-24 15:58

Resuelve y comenta con tu grupo la estrategia que usarían para resolver el siguiente ejercicio.

8. Un grupo de investigadores analiza la pudrición de una hortaliza. Ellos consideran que la infección es extensa cuando la hortaliza no puede ser consumida, es decir, cuando tiene 1 024 o más bacterias por milímetro cuadrado. Por otra parte, observaron que las bacterias que producen la pudrición de la hortaliza se duplican cada una hora.

a. Si en un comienzo hay una bacteria por mm^2, ¿en cuántas horas la hortaliza no podrá ser consumida?

b. Si comienzan el estudio a las 8:30 am. ¿A qué hora habrá 64 bacterias por mm^2?

c. Considerando la hora a la que comienza el estudio, ¿a qué hora la hortaliza no servirá para el consumo? Para responder completa la siguiente tabla:

Tiempo transcurrido	Cantidad de bacterias	Cantidad de bacterias como potencias
0	1	2^0
1 hora	2	2^1
2 horas	4	2^2

115492 1°M MAT.pdf 22 03-07-24 15:58

9. Un grupo formado por 16 personas organizó una campaña para plantar árboles en 4 plazas de la ciudad. Si el grupo se dividió en 4 subgrupos y cada integrante del subgrupo se compromete a plantar 4 árboles. ¿Cuántos árboles plantarán en total? Realiza un esquema.

Si deciden plantar la misma cantidad en cada plaza, ¿cuántos árboles plantarán en cada plaza?

10. El equipo de básquetbol de los apoderados de un colegio debe elegir su tenida deportiva para el próximo año. Como propuesta tienen 2^5 combinaciones, que pueden formar con 2^3 poleras y una cantidad de pantalones. ¿Cuántos pantalones tienen para escoger?

Autoevaluación de la unidad

Marca con un ✓ la categoría que mejor te represente:

TAREA	No lo entendí	Puedo hacerlo	Puedo explicarlo
Represento correctamente una potencia (actividad 1)			
Reconozco que la potencia es una multiplicación iterativa (actividad 2)			
Aplico propiedades de las potencias (actividad 3)			
Resuelvo multiplicaciones con potencias (actividad 4)			
Resuelvo divisiones con potencias (actividad 5)			
Resuelvo potencias de potencias (actividad 6)			
Resuelvo problemas aplicando potencias (actividad 7)			

Nota: Si marcaste 2 o más ✓ en la columna "no lo entendí", pide ayuda a tu profesor, vuelve a revisar los ejemplos y ejercicios propuestos.

115492 1°M MAT.pdf 23 03-07-24 15:58

Síntesis de la unidad

Potencia de base racional

La base de la potencia es un racional por ejemplo $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right) \bullet \left(\frac{2}{3}\right) \bullet \left(\frac{2}{3}\right)$

$$= \frac{2 \bullet 2 \bullet 2}{3 \bullet 3 \bullet 3}$$

$$= \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

Es decir, se cumple siempre $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

La importancia del paréntesis en las potencias

El paréntesis afecta tanto a la base como a su signo, lo cual genera una diferencia considerable en las potencias de base racional. Por ejemplo

$$\left(\frac{-2}{3}\right)^2 \neq \frac{-2^2}{3}$$

Observa que al desarrollar cada potencia resulta

$$\left(\frac{-2}{3}\right)^2 \neq \frac{-2^2}{3}$$

$$\left(\frac{-2}{3}\right) \bullet \left(\frac{-2}{3}\right) \text{ y } \frac{-(2 \bullet 2)}{3}$$

$\frac{4}{9}$ y $\frac{-4}{3}$ son racionales diferentes.

Potencia de una potencia

Por ejemplo $\left(\left(\frac{3}{4}\right)^2\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \bullet \left(\frac{3}{4}\right)^2 \bullet \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^6$

Siempre se cumple que $\left(\left(\frac{a}{b}\right)^n\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \bullet n}$

Propiedades de la operatoria con potencias

Potencias de igual base

Cuando se multiplican

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \bullet \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$$

Cuando se dividen

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$$

Potencias de igual exponente

Cuando se multiplican

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \bullet \left(\frac{c}{d}\right)^m = \left(\frac{ac}{bd}\right)^m$$

Cuando se dividen

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{c}{d}\right)^m = \left(\frac{ad}{bc}\right)^m$$

115492 1°M MAT.pdf 24 03-07-24 15:58

Evaluación de la unidad

Lee el siguiente contexto y contesta las preguntas 1, 2, 3 y 4.

Científicos de diversos países se han reunido con el fin de inventar una vacuna para combatir un virus respiratorio. Esperan que, al momento de vacunar a la población, la cantidad de contagiados disminuya a un tercio de la población cada día.

1. Al vacunar un grupo control de 50 personas ¿qué parte de este grupo se esperaría que continúen con el virus al tercer día?

A. $\frac{50}{27}$

B. $\frac{50}{23}$

C. $\frac{50}{9}$

D. $\frac{50}{3}$

2. En una localidad se decide vacunar a un grupo de 120 personas, ¿cuántas de ellas se esperaría que no contagien el primer día?

A. 30

B. 40

C. 80

D. 117

3. Si inicialmente hubiera 18 000 contagiados al momento de vacunar a la población, ¿cuál sería la cantidad de contagiados luego de 2 días?

A. 9 000

B. 6 000

C. 3 000

D. 2 000

4. Se vacuna en su totalidad, el mismo día, a un grupo de muestra que consta de 243 personas, ¿qué día se esperaría que fuera el primer día sin contagios?

A. 6

B. 5

C. 4

D. 3

5. La siguiente imagen muestra el menú de un restaurant:

Al solicitar un menú es decir, algo para beber, una entrada, un plato fondo y un postre, ¿de cuántas formas distintas se pueden escoger?

A. 3

B. 4

C. 12

D. 81

6. Dispones de una hoja de papel cuadriculado de 30 cm de ancho y 40 cm de largo, donde cada cuadrado mide 1 cm de lado, ¿cuántos centímetros cuadrados medirá el **área** del mayor cuadrado que puedes dibujar en esta hoja si dejas 1 cm de margen?

A. 10^2

B. 29^2

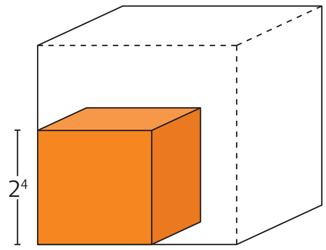
C. 30^2

D. 39^2

115492 1°M MAT.pdf 25

03-07-24 15:58

7. La arista de un cubo mide 2^4 centímetros. Al aumentar al doble la medida de sus aristas, ¿qué potencia representa correctamente el volumen del nuevo cubo?



A. 2^5

B. 2^{15}

C. 2^{24}

D. 2^{125}

Lee el contexto y responde las preguntas 8 y 9.

Un grupo de 10 amigos organiza una campaña solidaria con el fin de recaudar dinero para un hogar de ancianos. Para ello, cada uno dona cierta cantidad el primer día y, a su vez, se comprometen a que cada uno contactará a otras 10 amistades diferentes el segundo día para recaudar donaciones.

8. ¿Cuántas personas en total habrían donado para la campaña durante los 2 días?

A. 110

B. 100

C. 50

D. 20

9. Al extender la campaña solidaria un tercer día en las mismas condiciones, ¿cuántas personas nuevas deberían contactar el tercer día?

A. 10

B. 100

C. 1 000

D. 10 000

10. Hay que poner pasto en un parque de forma rectangular, cuyo ancho mide 7^2 metros. Si el área del terreno es 56^2 metros cuadrados. ¿Qué expresión permite determinar la medida del largo del terreno?

A. $56^2 + 7^2$

B. $56^2 - 7^2$

C. $56^2 : 7^2$

D. $56^2 \cdot 7^2$

11. Se estima que un automóvil pierde cierto porcentaje de su valor inicial cada año. Para este caso, la fórmula que permite determinar el valor actual de un automóvil es:

$$\textit{Valor actual} = \textit{Valor inicial} \cdot (0{,}8)^t$$

Donde t representa la cantidad de años desde que se compró ¿Cuál es el valor actual de un vehículo con 1 año de uso si se compró a $7 000 000?

A. 1 400 000

B. 5 600 000

C. 6 440 000

D. 8 750 000

115492 1°M MAT.pdf 26 03-07-24 15:58

ESCRIBA AQUÍ SUS APUNTES

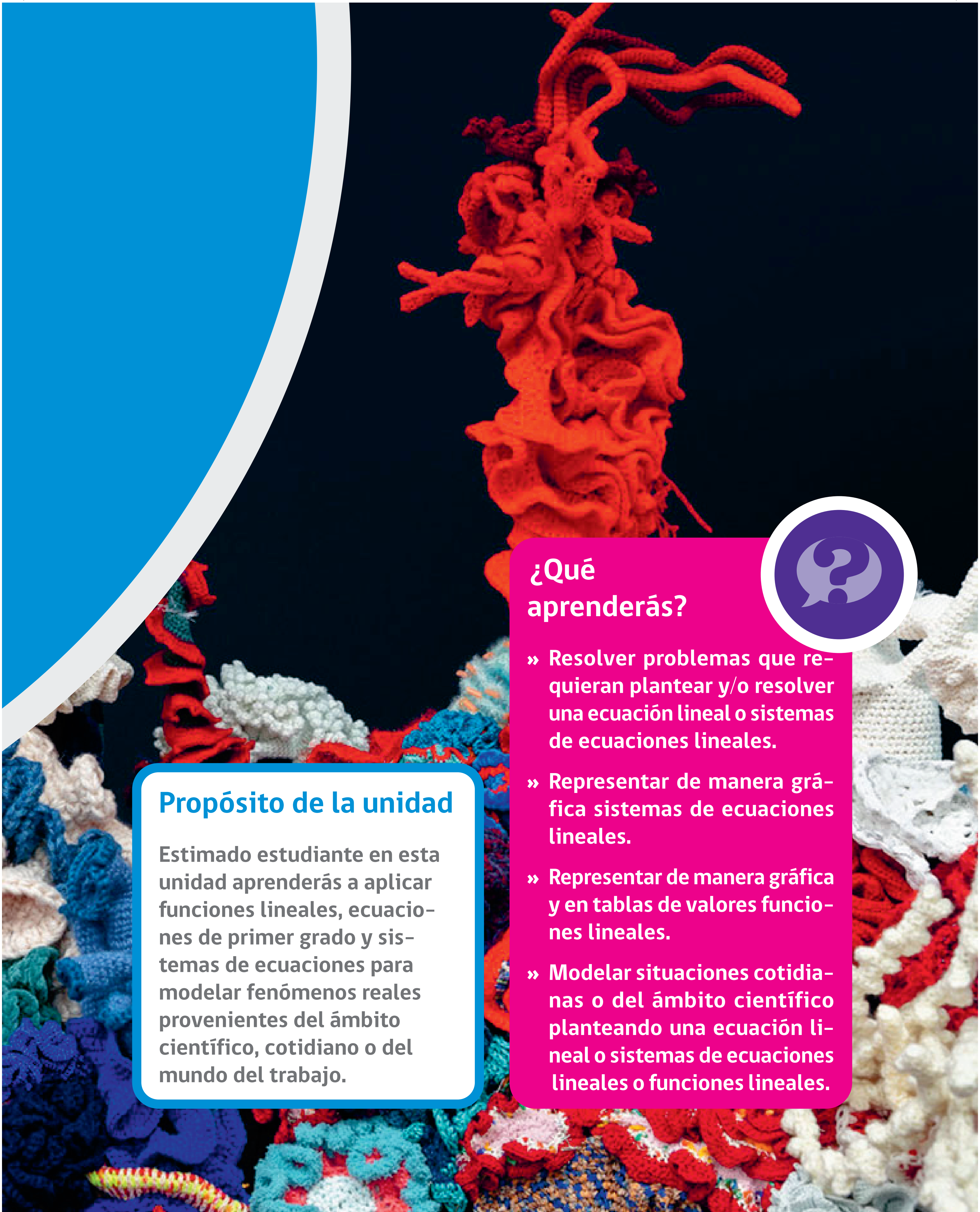
Unidad de álgebra
Ecuaciones, sistemas de ecuaciones y funciones lineales

Un concepto matemático que solo se modela haciendo manualidades

La geometría hiperbólica era una estructura que se pensaba imposible de recrear y no fue sino hasta 1997 que Daina Taimina, una matemática de la Universidad de Cornell, en Estados Unidos, se dio cuenta de que podía "tejerla".

En una navidad, las gemelas Wertheim estaban tejiendo. Margaret cuenta que parecían corales "¡podríamos tejer un arrecife de coral!" exclamaron. Ese día, en el año 2005, nació uno de los mayores proyectos de ciencia y arte del mundo. Lo que estaban tejiendo las hermanas Margaret (científica) y Christine (artista) era crochet hiperbólico, tratando de modelar el espacio hiperbólico.

115492 1°M MAT.pdf 28 03-07-24 15:58



Propósito de la unidad

Estimado estudiante en esta unidad aprenderás a aplicar funciones lineales, ecuaciones de primer grado y sistemas de ecuaciones para modelar fenómenos reales provenientes del ámbito científico, cotidiano o del mundo del trabajo.

¿Qué aprenderás?

» Resolver problemas que requieran plantear y/o resolver una ecuación lineal o sistemas de ecuaciones lineales.

» Representar de manera gráfica sistemas de ecuaciones lineales.

» Representar de manera gráfica y en tablas de valores funciones lineales.

» Modelar situaciones cotidianas o del ámbito científico planteando una ecuación lineal o sistemas de ecuaciones lineales o funciones lineales.

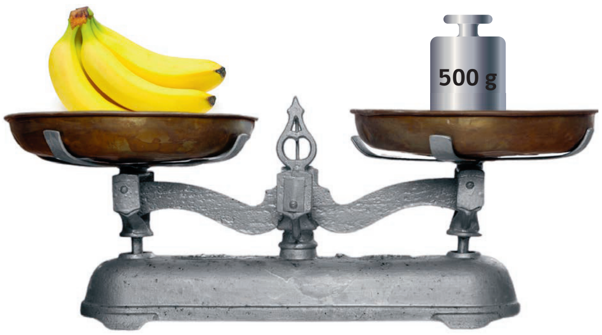
115492 1°M MAT.pdf 29 03-07-24 15:58

Modelo de la balanza

Una de las balanzas más antigua estaba conformada por dos platos que colgaban a los extremos de una barra horizontal, sujeta en su centro de manera de quedar nivelada cuando estaba en equilibrio.

La balanza es un **instrumento de medición que ocupamos para determinar la masa de objetos**. En ella comparamos las masas conocidas de objetos con otras masas desconocidas, procurando que quede en perfecto **equilibrio**.

Las siguientes balanzas están en perfecto **equilibrio**, plantea las distintas equivalencias y responde las preguntas:



3 plátanos = 500 gramos

a. Si todos los plátanos tienen la misma masa, ¿cuántos gramos de masa tienen 2 plátanos?

____

b. ¿Cuántos gramos de masa tiene 1 plátano?

____

c. ¿Qué operación realizaste para saber la masa de un plátano? Explica.

____

____

_______________ = _______________ + _______________

a. Si todas las manzanas tienen la misma masa, ¿cuántos gramos de masa tiene 1 manzana?

____

b. ¿Cuántos gramos de masa tienen 3 manzanas?

____

c. ¿Qué operación realizaste para saber la masa de una manzana? Explica.

____

____

115492 1°M MAT.pdf 30 03-07-24 15:58

_______________ = _______________

a. Si todos los limones tienen la misma masa, ¿cuántos gramos de masa tienen 2 limones?

____

b. ¿Cuántos gramos de masa tiene 1 limón?

____

c. ¿Qué operación realizaste para saber la masa de un limón? Explica.

____

____

_______ + _______ = _______________

a. ¿Cuántos gramos de masa tiene una piña?

____

b. Al partir la piña por la mitad, ¿cuántos gramos de masa tiene cada mitad?

____

c. Si una mitad se parte por la mitad, ¿cuántos gramos de masa tiene un cuarto de la piña?

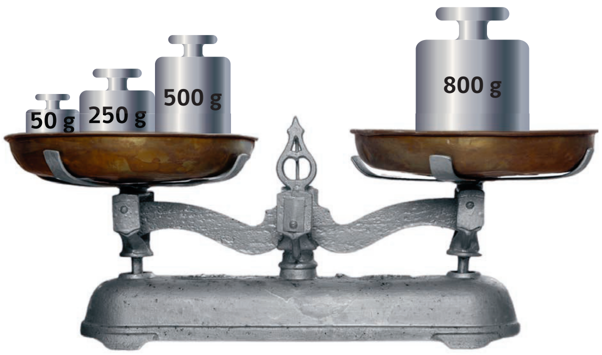
____

____

Observa la siguiente balanza que esta en **equilibrio**:

La expresión $50 + 250 + 500 = 800$ **es una igualdad** que se compone por dos expresiones numéricas.

Cuando en **una igualdad numérica** desconocemos uno o más valores estamos frente a una **ecuación** y el valor desconocido se llama variable o incógnita, que se denota por una letra minúscula del abecedario, por ejemplo, $\mathbf{50 + x + 500 = 800}$ En este caso para que la igualdad se cumpla en valor de la incógnita x debe ser 250, es decir $x = 250$



Plantear ecuaciones

1. Completa la tabla usando lenguaje algebraico para expresar las edades de los integrantes de la familia Campos Herrera. La joven Daniela es la menor de la familia y se desconoce su edad, supongamos que tiene **m** años de edad.

Integrante	Descripción de la edad	Expresión algebraica
Daniela	Es la de menor edad	m
Jorge	Tiene el doble de la edad de su hermana Daniela	
Guido	Tiene 4 veces la edad de su hija Daniela, menos 10 años	
Gabriela	Tiene 3 veces la edad de su hija Daniela	
Ana	Tiene 7 veces la edad de su nieta Daniela	
Mario	Tiene 68 años más que la edad de su nieta Daniela.	

2. Sabiendo que el abuelo de Daniela tiene 79 años, valoriza en las distintas expresiones algebraicas el valor de "m" para determinar la edad del resto de la familia.

Integrante	Valoriza	Edad
Mario	*Plantea y resuelve la ecuación y conoce la edad de Daniela*	
Jorge		
Guido		
Gabriela		
Ana		
Daniela		m =

Crea un ejercicio similar al anterior con las edades de tu grupo familiar y preséntalo a tu pareja de trabajo.

Al resolver problemas usando ecuaciones lineales, empezamos **traduciendo los problemas verbales a lenguaje algebraico**, estableciendo la relación entre la información dada y la incógnita. La estrategia es leer el problema comprensivamente e identificar las palabras claves y relaciones descritas, por ejemplo:

$$\text{¿Cuál es } \underbrace{\text{el número}}_{x} \text{ cuya } \underbrace{\text{tercera parte}}_{:3} \ \underbrace{\text{más 7}}_{+7} \ \underbrace{\text{da 62}}_{=62}\text{?}$$

Al **plantear** la ecuación debemos considerar qué representará la incógnita, en este caso la definimos como "x": el número buscado.

Entonces se tiene la ecuación: $\frac{x}{3} + 7 = 62$

Recuerda $x : 3 = \frac{x}{3}$

115492 1°M MAT.pdf 32 03-07-24 15:58

Para **reforzar** el planteo de ecuaciones puedes revisar el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=97yLSQXKIp8&t=731s&ab_channel=Matem%C3%B3vil

Actividad 1

1. Plantea las siguientes ecuaciones, define el valor desconocido o incógnita como "n".

a. Un número cualquiera aumentado en 15 es 32 ____________________

b. Un múltiplo de 2 disminuido en 5 unidades queda en 29 ____________________

c. El antecesor de un número es –46 ____________________

d. Un múltiplo de 3 aumentado en 10 es 16 ____________________

e. Dos números pares consecutivos suman 204 ____________________

f. Dos números consecutivos suman 201 ____________________

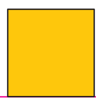
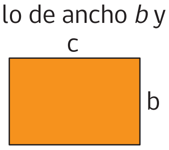
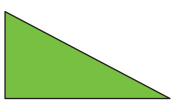
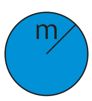
g. El doble de un número aumentado en 4 es 200 ____________________

h. El triple de un número disminuido en 5 es 214 ____________________

i. El cuádruplo de un número es –28 ____________________

En contextos geométricos también se usan las ecuaciones lineales. Por ejemplo, cuando determinamos el perímetro (medida del contorno) de una figura geométrica.

2. Completa la tabla con las expresiones algebraicas correspondientes, sigue el ejemplo:

Figura geométrica	Perímetro (P) expresión algebraica	Plantea la ecuación, si...
Cuadrado de lado x 	$P = x + x + x + x$ $P = 4x$ **Recuerda: $4x = 4 \cdot x = 4$ veces x**	el perímetro es igual a 50 cm $50 = 4x$
Rectángulo de ancho b y largo c 		el perímetro es igual a 78 cm y el ancho es 18
Triángulo de lados a, b y c 		el perímetro es igual a 36 cm y dos de sus lados miden 8 cm y 15 cm
Circunferencia de radio m 	$P = 2 \cdot \text{radio} \cdot \pi$ O bien, $P = \text{diámetro} \cdot \pi$ Donde, **diámetro = 2 • radio**	el perímetro es igual a 69 cm y $\pi = 3$

115492 1°M MAT.pdf 33 03-07-24 15:58

Resolver ecuaciones

Resolver una **ecuación de primer grado con una incógnita,** es decir de la forma $\boldsymbol{ax + b = c}$, siendo $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ y $\boldsymbol{c}$ números racionales cualquiera y $\boldsymbol{a} \neq 0$ donde $\boldsymbol{x}$ es la incógnita, implica encontrar el valor de $\boldsymbol{x}$ para que la igualdad se cumpla. Puedes resolver una ecuación aplicando distintas estrategias o métodos. Observa los ejemplos:

a.
$$
\begin{aligned}
m - 3 &= 24\\
m - 3 &= 27 - 3\\
m &= 27
\end{aligned}
$$

al comprobar tenemos que si m = 27 en la ecuación $m - 3 = 27 - 3 = 24$ lo cual cumple la igualdad.

b.
$$
\begin{aligned}
5x &= 100\\
5x : 5 &= 100 : 5\\
x &= 20
\end{aligned}
$$

al comprobar tenemos que si $x = 20$ en la ecuación $5x = 5 \bullet 20 = 100$ lo cual cumple la igualdad.

c.
$$
\begin{aligned}
n + 5 &= 24\\
n + 5 &= 19 + 5\\
n &= 19
\end{aligned}
$$

al comprobar tenemos que si n = 19 en la ecuación $n + 5 = 19 + 5 = 24$ lo cual cumple la igualdad.

d.
$$
\begin{aligned}
3x + 10 &= 70\\
3x + 10 - 10 &= 70 - 10\\
3x &= 60\\
3x : 3 &= 60 : 3\\
x &= 20
\end{aligned}
$$

al comprobar tenemos que si $x = 20$ en la ecuación $3x + 10 = 3 \bullet 20 + 10 = 70$ lo cual cumple la igualdad.

Estrategia 1

Descomponer uno de los valores igualando la forma de los miembros.

En el ejemplo **a.** $m - 3 = 27 - 3$
y en el **c.** $n + 5 = 19 + 5$

Estrategia 2

Aplicar operaciones aritméticas, es decir, podemos sumar o restar a ambos lados de la ecuación la misma cantidad y la igualdad se mantiene, como en el ejemplo **d.** También podemos dividir o multiplicar cada término por un mismo número y la igualdad se mantendrá como en el ejemplo **b.**.

La idea en general es despejar la incógnita, dejándola sola en uno de los lados de la ecuación, encontrando en el proceso ecuaciones equivalentes y más simples que la original. Por ejemplo:

$3 + 2x = 5x - 9$	/ - 3 (restamos 3 a ambos miembros)
$3 - 3 + 2x = 5x - 9 - 3$	Efectuamos la operación
$2x = 5x - 12$	/ - 5x (Restamos 5x en ambos miembros)
$2x - 5x = 5x - 5x - 12$	Efectuamos la operación
$-3x = -12$	/ : -3 (Dividimos ambos miembros por -3)
$\frac{-3x}{-3} = \frac{-12}{-3}$	Efectuamos la operación
$x = 4$	Solución

115492 1°M MAT.pdf 34 03-07-24 15:58

Actividad 2

1. Comprueba si los siguientes valores de la incógnita son solución de la ecuación:

Ecuación	Supuesta solución	Comprobación
$2x - 6 = 8$	$x = 7$	
$0 = 12 - r$	$r = -12$	
$8y + 36 = 2y$	$y = -6$	
$40 = 4n + 24$	$n = 4$	

Plantea y resuelve la ecuación que permita resolver los siguientes problemas.

2. Podemos determinar la distancia que recorre un objeto multiplicando la velocidad por el tiempo que tarda en recorrer dicha distancia. Si un automóvil va a una velocidad constante de 70 km por hora y su viaje dura 3,5 horas ¿Cuántos kilómetros recorre?

Al día siguiente, en el mismo automóvil se necesita recorrer 180 kilómetros, si se tiene pensado realizar el viaje a la misma velocidad, ¿cuánto tiempo demorará?

3. La mitad del dinero que ha reunido Jorge, más $23 000 da un total de $240 000, **¿cuánto dinero tiene reunido?**

115492 1°M MAT.pdf 35 03-07-24 15:58

4. Encuentra un número tal que su triple disminuido en 5 unidades sea igual a su doble aumentado en tres unidades.

5. Para determinar el valor total a pagar "t" de una prenda de vestir, a la cual se le ha aplicado un 40% de descuento, se puede plantear la siguiente ecuación $t = 0{,}6x$ donde x es el precio original de la prenda.

a. ¿Cuánto dinero se debe pagar por un vestido que cuesta \$35 000 aplicándole el descuento?

b. Al aplicar el descuento, ¿cuánto dinero se pagará por un pantalón si su precio original es de \$28 500?

c. Si se pagó \$24 500 por un polerón, ¿cuál era el precio original después del descuento?

6. Un terreno rectangular mide 108 m de perímetro, si el largo es el triple que el ancho, ¿cuáles son las dimensiones del terreno?

7. El precio de venta de una mochila es de \$44 800 luego de aplicar un 20% de descuento. ¿Cuál era el precio original de la mochila?

Comenta con tu grupo las estrategias utilizadas para resolver los ejercicios. ¿Cuál resulto más eficaz?, ¿plantean la misma ecuación?

115492 1°M MAT.pdf 36

03-07-24 15:58

Sistema de Ecuaciones

Reconociendo un sistema de ecuaciones

Una microempresa de producción de miel vendió 55 frascos recaudando en una semana $360 000 por la venta de frascos de 1 kilogramo y 500 gramos de miel. El precio de los frascos más pequeños es de $6 000 y el de los más grandes es de $8 000 ¿Cuántos frascos de cada tipo se vendieron?

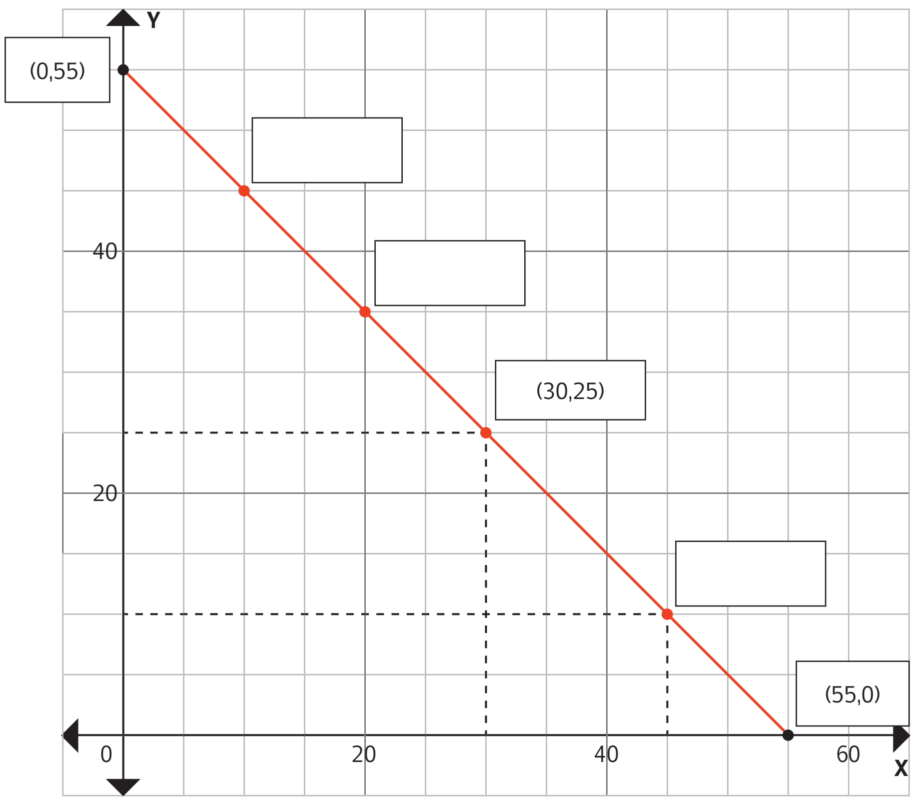
Solución

Para saber cuántos frascos de cada tipo se vendieron, debemos identificar dos incógnitas o variables asociadas al problema, los frascos de 1 kg y los de 500 g o $\frac{1}{2}$ kg

Si asignamos las incógnitas ***x*: frascos de 1 kg** e ***y*: frascos de $\frac{1}{2}$ kg** podemos plantear las siguientes ecuaciones, considerando la información del enunciado:

- "Vendió 55 frascos de miel de dos tipos; de 1 kg y $\frac{1}{2}$ kg", luego la ecuación es **$x + y = 55$**
- Gráficamente tenemos un conjunto de puntos (x, y) pertenecientes a una línea recta, cuya suma debiera ser 55. Luego, si damos valores a "*x*" podemos obtener valores de "*y*", observa el ejemplo y completa el gráfico.

$x + y = 55$ $y = 55 - x$	
x	y
0	55
30	25
45	10
55	0



Como puedes ver, hay muchos pares de números naturales que cumplen la condición $x + y = 55$

¿Es correcto afirmar que se vendieron 30 frascos de 1 kg y 25 frascos de kg?

115492 1°M MAT.pdf 37 03-07-24 15:58

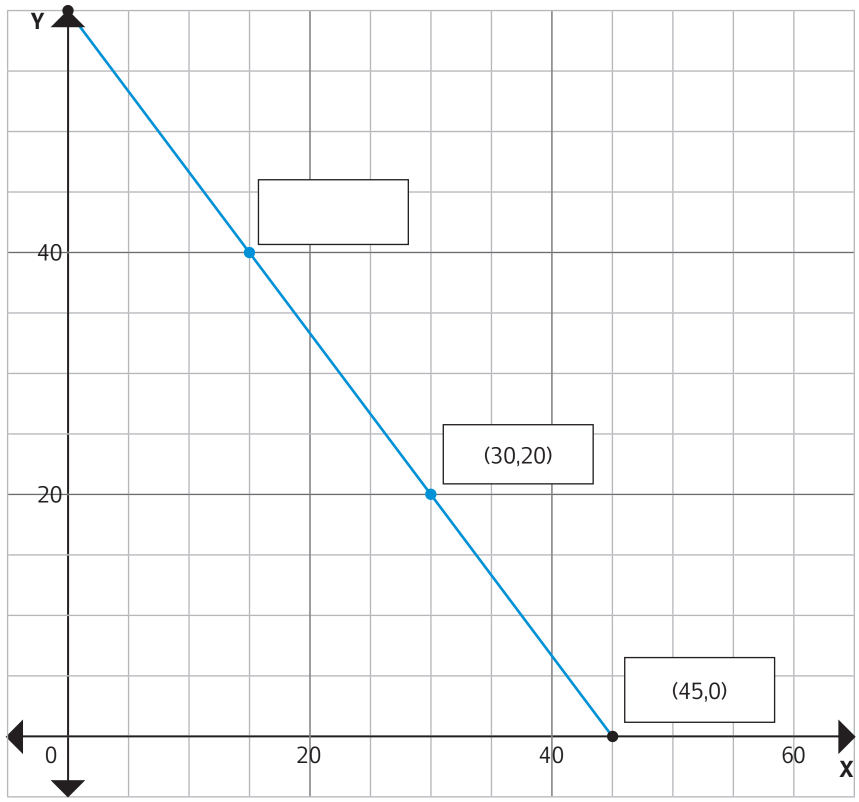
¿Por qué?

- “Los frascos más pequeños cuestan \$6 000 y los grandes \$8 000” **8 000x + 6 000y = 360 000**
- Gráficamente tenemos un conjunto de puntos (x, y) que permiten que la igualdad sea verdadera. Para conocerlos despejamos “y” en la ecuación, luego damos valores a “x” para obtener valores de “y”, observa el ejemplo, completa la tabla y luego el gráfico con el punto faltante.

$8\,000x + 6\,000y = 360\,000$

$$y = \frac{360\,000 - 8\,000x}{6\,000}$$

x	y
0	60
15	
30	
45	0

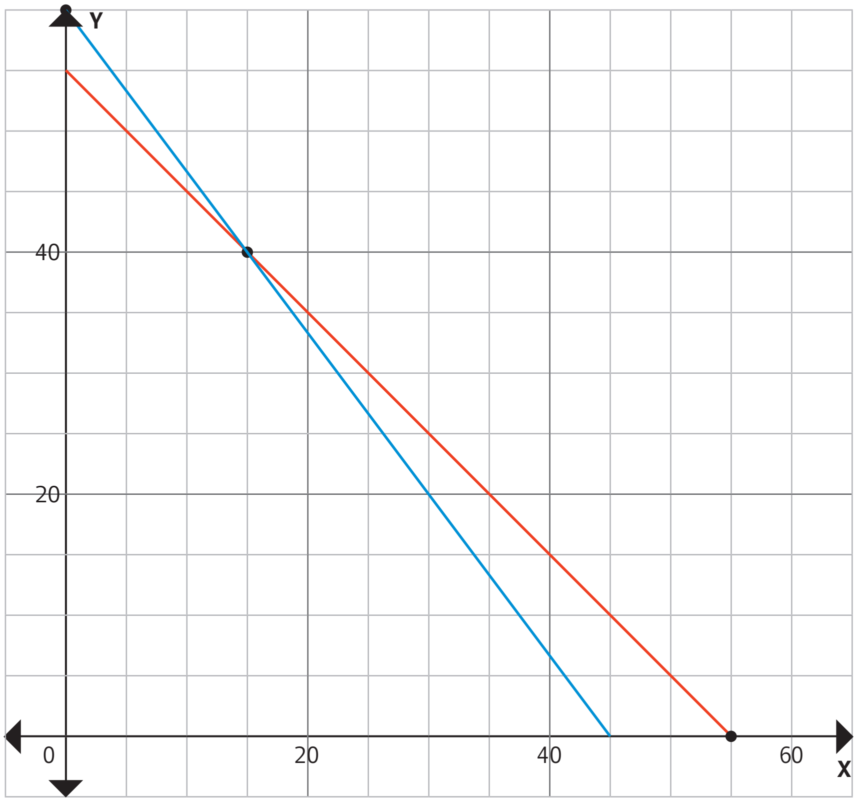


Como en la ecuación anterior, hay varios pares de números naturales (x, y) que cumplen la condición 8 000x + 6 000y = 360 000

115492 1°M MAT.pdf 38
03-07-24 15:58

¿Cuántos frascos de cada tipo se vendieron entonces?

Observa lo que sucede al superponer las gráficas anteriores, ¿la solución es única?



Las líneas rectas

$$\begin{aligned} x + y &= 55 \\ 8\,000x + 6\,000y &= 360\,000 \end{aligned}$$

Se intersecan en un solo punto de coordenadas (15,40) y como

$(x, y) = (15,40)$

tenemos que $x = 15$ e $y = 40$

Luego como

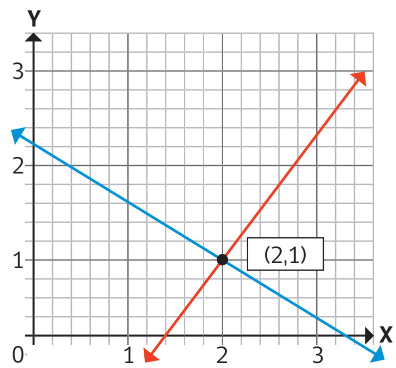
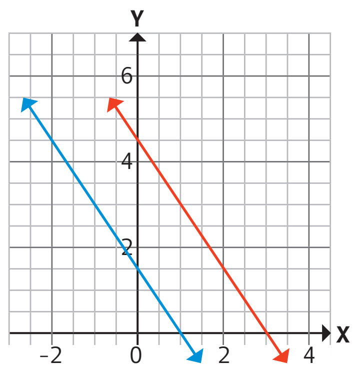
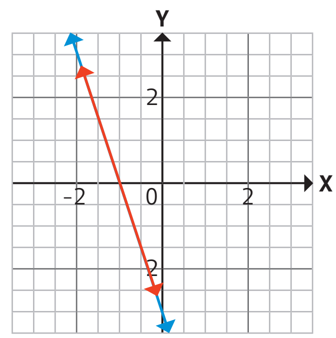
x: frascos de 1 kg
y: frascos de $\frac{1}{2}$ kg

tenemos que se vendieron

15 frascos de 1 kg y 40 frascos de $\frac{1}{2}$ kg.

Formalicemos

Un sistema de ecuaciones lineales de 2 *por* 2 está formado por dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, donde cada una representa una recta en el plano cartesiano. Por ejemplo:

Ejemplo 1	Ejemplo 2	Ejemplo 3
$3x - 2y = 4$ $2x + 3y = 7$	$-3x - 2y = -9$ $6x + 4y = 6$	$3x + y = -3$ $9x + 3y = -9$
Rectas secantes	Rectas paralelas	Rectas coincidentes
		
El sistema tiene **una solución** En este caso (2, 1)	El sistema **no tiene solución**	El sistema tiene **infinitas soluciones**

En los siguientes sistemas ¿qué relación existe entre los factores (números que multiplican las incógnitas) de las variables de ambas ecuaciones? Averigua sus soluciones

Sistema de ecuaciones 1

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 4 \\ 2x + 3y &= 7 \end{aligned}$$

Sistema de ecuaciones 2

$$\begin{aligned} -3x - 2y &= -9 \\ 6x + 4y &= 6 \end{aligned}$$

Sistema de ecuaciones 3

$$\begin{aligned} 3x + y &= -3 \\ 9x + 3y &= -9 \end{aligned}$$

115492 1°M MAT.pdf 40

03-07-24 15:58

Actividad 3

1. Determina si en los siguientes sistemas de ecuaciones existe una o infinitas soluciones, o bien no tiene solución. Explica tu respuesta.

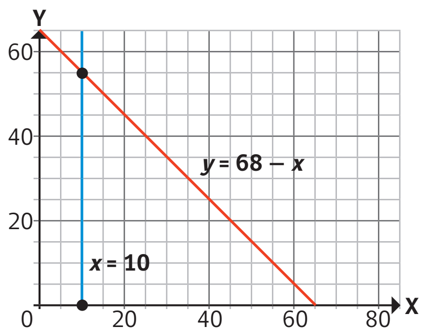
a. $2x + y = 4$
$4x + 2y = 7$

b. $3x - 2y = 3$
$6x - 4y = 6$

c. $x + 3y = -5$
$2x - y = 1$

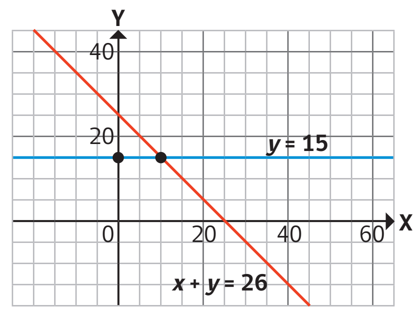
2. Completa el recuadro con el sistema de ecuaciones que se representa en cada plano cartesiano e identifica las coordenadas del punto solución.

a.



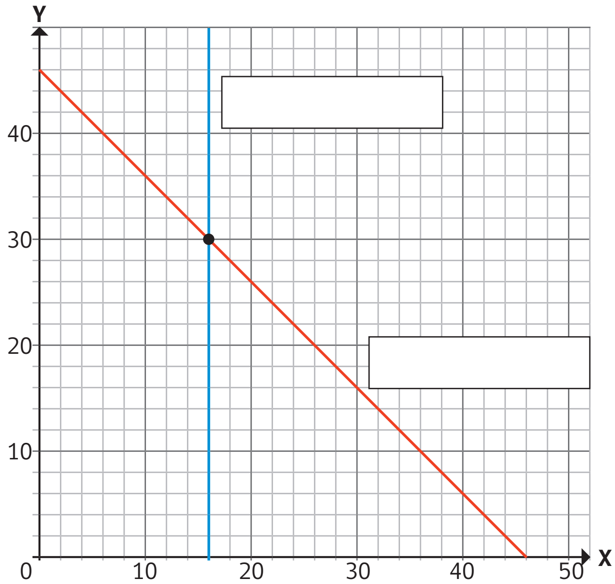
Solución: (______________ , ______________)

b.



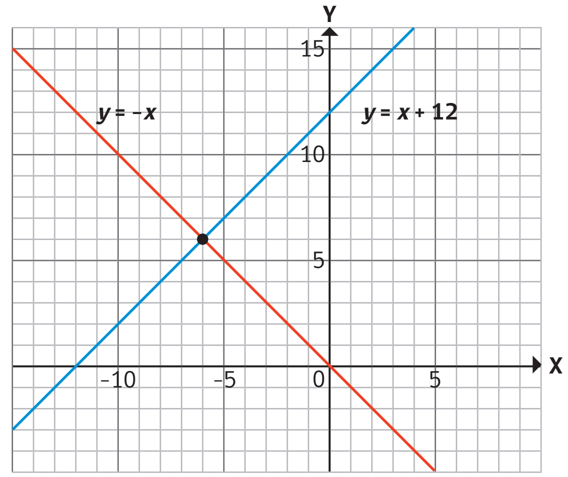
Solución: (______________ , ______________)

c.



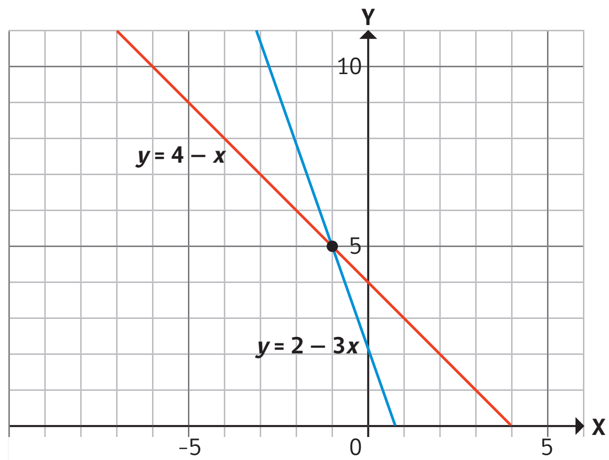
Solución: (____________ , ____________)

d.



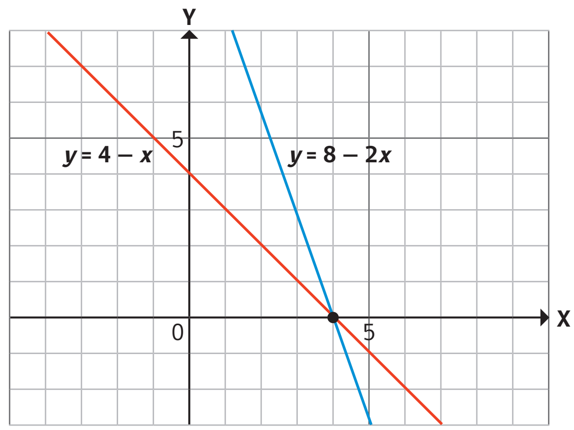
Solución: (____________ , ____________)

e.



Solución: (____________ , ____________)

f.



Solución: (____________ , ____________)

Para reforzar la resolución de sistemas de ecuaciones puedes revisar el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=U2yfxzmAkc&t=469s&ab_channel=Matem%C3%A1ticasprofeAlex

Sistema de ecuaciones como un modelo matemático

Muchos de los problemas que involucran 2 valores desconocidos (incógnitas), se pueden resolver de forma ordenada y precisa a través del planteo y resolución de un sistema de ecuaciones. Hoy los sistemas de ecuaciones se utilizan en disciplinas como la ingeniería, economía y ciencias en general para representar modelos. Por ejemplo:

Marcelo es repostero y desea preparar 100 berlines para vender. En la compra de todos los ingredientes para la mezcla gasta $45 000 y ha calculado que para rellenar el molde de un berlín grande gastará $500 y para un berlín pequeño $300. Plantea un sistema de ecuaciones que le permita determinar la cantidad de berlines grandes y pequeños que debe preparar.

1. Para plantear un sistema de ecuaciones se sugiere:
    a. Leer atenta y compresivamente el enunciado del problema.
    b. Identificar y definir las incógnitas.
    c. Plantear *cada ecuación para formar el sistema de ecuaciones según los datos dados.*
2. Definición de las incógnitas ***x*: berlín grande**
    ***y*: berlín pequeño**
3. Plantear el sistema de ecuaciones considerando los datos dados:

Total de berlines

Realiza 100 berlines en total (grandes y pequeños) → $\boldsymbol{x + y = 100}$

Gasto en dinero

Gasta $45 000 en la mezcla para los berlines grandes y pequeños, considerando que en el grande gastará $500 y en el pequeño $300 → $\boldsymbol{500x + 300y = 45\,000}$

Luego el sistema de ecuaciones que representa la situación es

$$\begin{array}{r|} x + y = 100 \\ 500x + 300y = 45\,000 \\ \hline \end{array}$$

Actividad 4

1. Plantea un sistema de ecuaciones que represente las siguientes situaciones descritas.
    a. Determina dos números tales que el doble del primer número más el segundo número es igual a 31, mientras que el triple del primer número menos el segundo es igual a 14.

    Definición de las incógnitas x: ______________________________

    y: ______________________________

    Plantea el sistema de ecuaciones considerando los datos dados:

115492 1°M MAT.pdf 43 03-07-24 15:58

¿La situación anterior tiene solo una solución?

¿Por qué crees que ocurre esto?

b. Un grupo de amigos salió de viaje y estuvieron 7 días en un camping en Puerto Montt y 10 días en un camping en Ensenada, pagando en total $281 500. Si hubiesen estado 10 días en Puerto Montt y 7 días en Ensenada, el monto total a cancelar sería de $271 000. ¿Cuál es el costo de cada camping?

Definición de las incógnitas *e*: ______________________________

m: ______________________________

Plantea el sistema de ecuaciones considerando los datos dados:

¿La situación anterior tiene solo una solución?

¿Por qué crees que ocurre esto?

c. En un taller mecánico, vulcanización, se lleva el conteo de la cantidad de neumáticos reparados diariamente. El último día se registraron 100 reparaciones a neumáticos en total. Se contabilizaron 40 vehículos, entre automóviles y motocicletas.

Definición de las incógnitas *a*: ______________________________

m: ______________________________

Plantea el sistema de ecuaciones considerando los datos dados:

¿La situación anterior tiene solo una solución?

115492 1°M MAT.pdf 44 03-07-24 15:58

¿Por qué crees que ocurre esto?

d. Una editorial despacha a una librería un total de 140 copias de un libro distribuidas en dos tamaños de cajas. Donde en una caben 8 copias del libro y en la otra caben 12. Por espacio en la bodega de la librería se solicitó que todas las cajas fueran llenas y que sea la misma cantidad de cajas grandes, que de cajas chicas.

Definición de las incógnitas *c*: ________________________________

g: ________________________________

Plantea el sistema de ecuaciones considerando los datos dados:

¿La situación anterior tiene solo una solución?

¿Por qué crees que ocurre esto?

e. En una empresa familiar de producción sustentable de leche se tienen que envasar 300 litros de leche en 120 botellas de dos y cinco litros. Si "***x***" representa la cantidad de botellas de dos litros e "***y***" la cantidad de botellas de cinco litros ¿Cuántas botellas de cada tipo se necesitan?

Definición de las incógnitas *x*: ________________________________

y: ________________________________

Plantea el sistema de ecuaciones considerando los datos dados:

¿La situación anterior tiene solo una solución?

Comenta con tu grupo ¿Por qué crees que ocurre esto?

115492 1°M MAT.pdf 45

03-07-24 15:58

f. De la tierra se extrae el oro, un mineral metálico, característico por su color amarillo cuando está refinado, muy suave y maleable. Principalmente se usa en joyería, mezclado con otros metales, como el cobre y plata, formando una aleación adquiriendo otras cualidades como dureza, resistencia y color. Por ejemplo el oro rojo es una aleación compuesta por 3 partes de oro y una parte de cobre, es decir, están en la razón $3 : 1$. Para diseñar un anillo se necesitan de 3 a 7 gramos de esta aleación.

» Plantea un sistema de ecuaciones que permita determinar la cantidad de oro y cobre que se necesita para crear un anillo de oro rojo de 3 gramos de masa.

Definición de las incógnitas *x*: ______________________________

y: ______________________________

Plantea el sistema de ecuaciones considerando los datos dados:

» Plantea un sistema de ecuaciones que permita determinar la cantidad de oro y cobre que se necesita para crear un anillo de oro rojo de 7 gramos de masa.

Definición de las incógnitas *x*: ______________________________

y: ______________________________

Plantea el sistema de ecuaciones considerando los datos dados:

g. Para obtener oro púrpura se mezcla oro y aluminio donde $\frac{1}{8}$ de la aleación es aluminio. Plantea un sistema de ecuaciones que permita determinar la cantidad de oro y cobre que se necesita para crear un anillo de oro púrpura de 5 gramos de masa.

Definición de las incógnitas *x*: ______________________________

y: ______________________________

Plantea el sistema de ecuaciones considerando los datos dados:

Recuerda

Una forma simple de encontrar la solución en un sistema de ecuaciones lineales es utilizar el **método gráfico**.

Como lo pudimos apreciar, este método consiste en tomar cada ecuación por separado, graficarlas en un plano cartesiano y determinar el **punto** donde se **intersecan** (si existe). Este punto (x, y) corresponde exactamente al par de valores x e y que satisface ambas ecuaciones. Para construir la gráfica de cada recta, basta conocer dos puntos que pertenezcan a ella y trazar la línea recta que los une.

115492 1°M MAT.pdf 46

03-07-24 15:58

Actividad 5

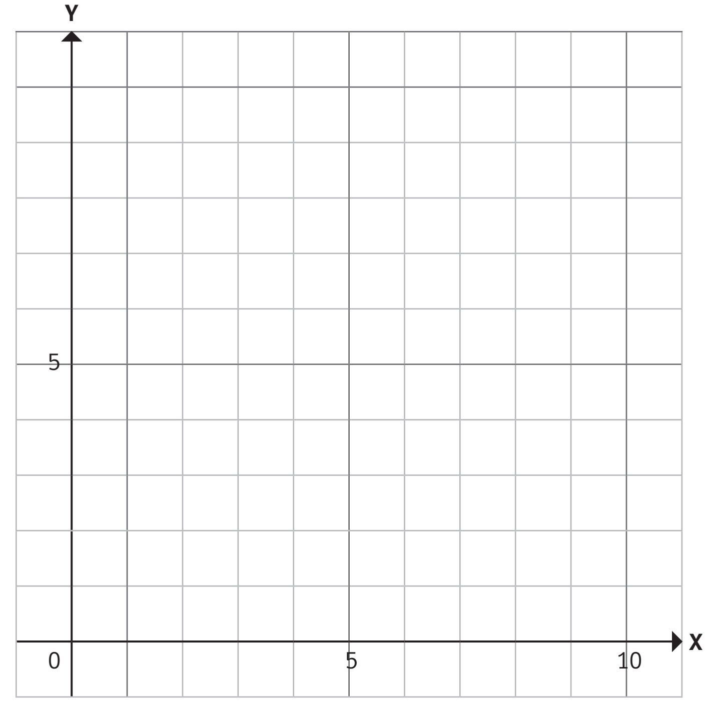
1. Encuentra la solución de manera gráfica de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales, para ello completa las tablas de valores y luego gráficalos en el plano cartesiano.

a.

$$2x + 4y = 20$$
$$x - y = 1$$

$2x + 4y = 20$	
x	y

$x - y = 1$	
x	y

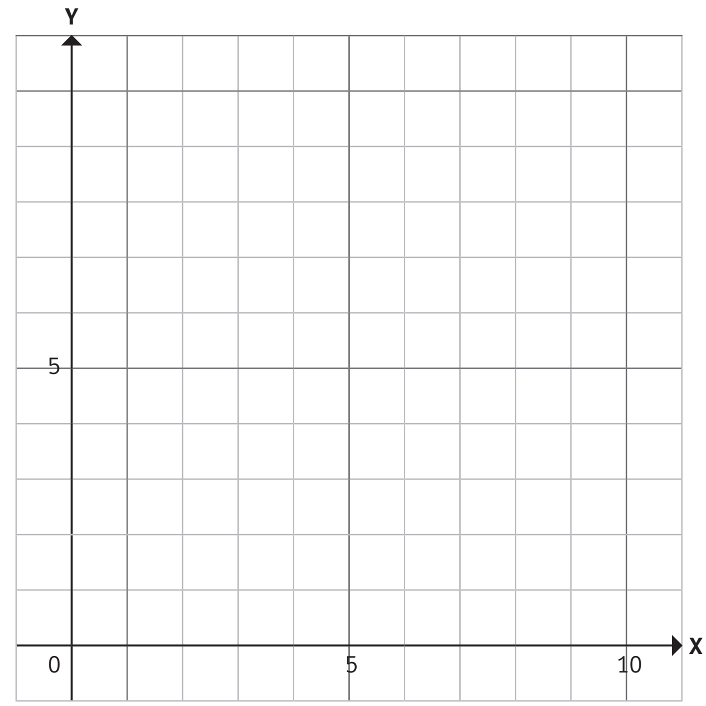


b.

$$6x - 4y = -2$$
$$x + y = 8$$

$6x - 4y = -2$	
x	y

$x + y = 8$	
x	y



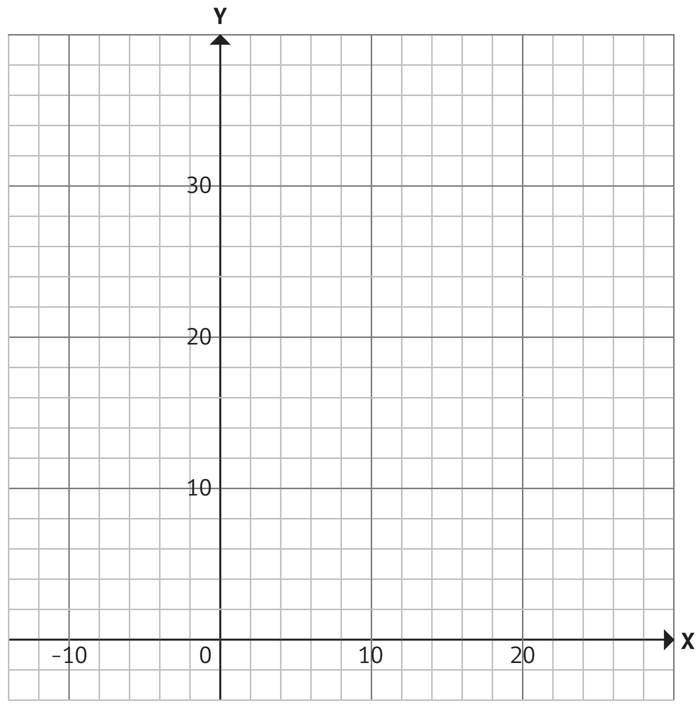
115492 1°M MAT.pdf 47 03-07-24 15:58

c.

$$\begin{cases} 8x + 2y = 8 \\ 4x - 32 = -y \end{cases}$$

$8x + 2y = 8$	
x	y

$4x - 32 = -y$	
x	y

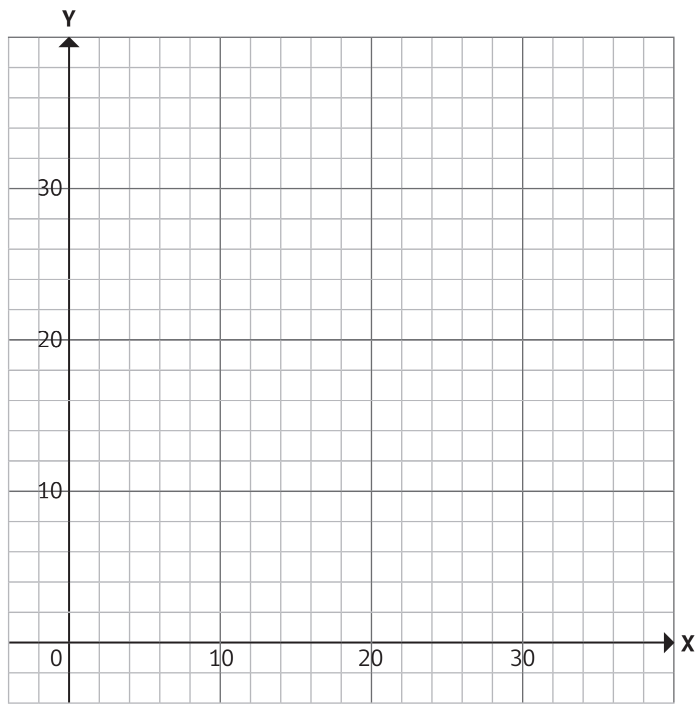


d.

$$\begin{cases} y = 42 - x \\ y = 12 \end{cases}$$

$y = 42 - x$	
x	y

$y = 12$	
x	y



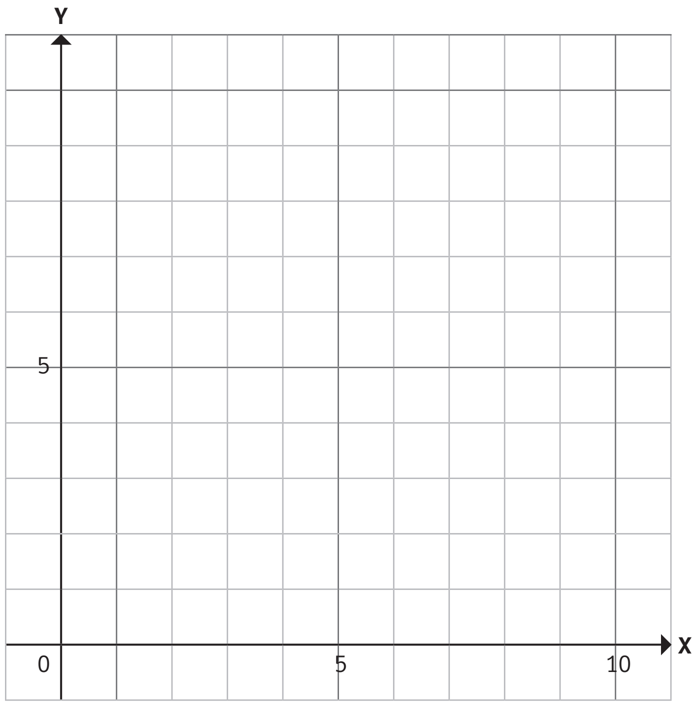
115492 1°M MAT.pdf 48 03-07-24 15:58

e.

$$y = 4 - x$$
$$3y = 12 - 3x$$

$y = 4 - x$	
x	y

$3y = 12 - 3x$	
x	y



Compara y comenta con tu grupo las estrategias que usaste para resolver los ejercicios.
Si aún tienen dudas pueden volver a revisar el video de la página 42.

115492 1°M MAT.pdf 49
03-07-24 15:58

Funciones lineales como un modelo matemático

Uno de los productos que ofrece una panificadora "Masideal" es la masa precocida para pizzas en tres tamaños; pizzetas, individual y familiar. Observa los precios por unidad.

Pizza tipo pizzeta
$270

Pizza familiar
$1 100

Pizza individual
$550

Responde las siguientes preguntas:

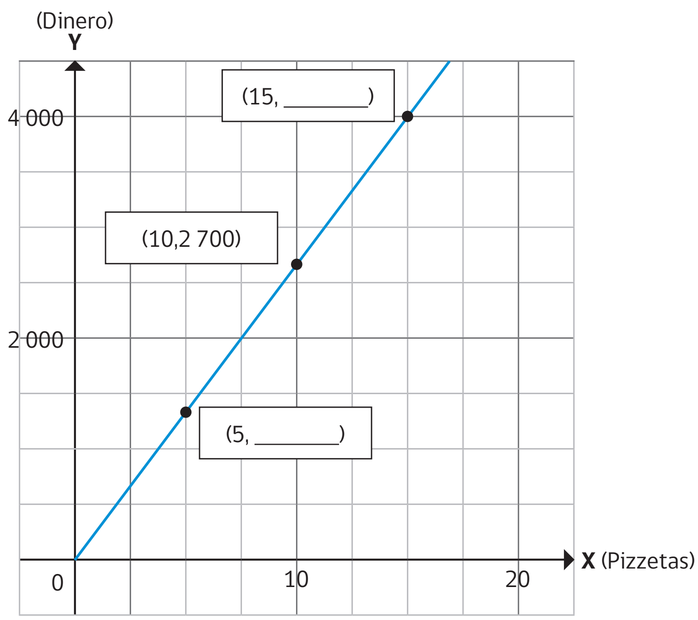
a. Si una persona solicita un pedido a la panificadora, ¿de qué depende la cantidad de dinero que debe pagar?

b. ¿Qué variables se pueden observar en la situación descrita?

Observa los datos de la tabla y el gráfico que muestran las solicitudes de pizza tipo pizzeta que recibió la panificadora durante una mañana.

Var. Independiente Cantidad de pizzetas (x)	Expresión numérica	Var. Dependiente Total a pagar (y)
1	270 • 1 = 270	$270
2	270 • 2 = 540	$540
3	270 • 3 = 810	$810
6	270 • 6 = 1 620	$1 620
	constante • variable	
x	Exp. algebraica 270 • *x*	Función *y* = 270 • *x*

Completa las coordenadas que faltan



115492 1°M MAT.pdf 50
03-07-24 15:58

Actividad 6

1. Según la situación anterior, responde las siguientes preguntas:

a. Según la venta de pizza familiar. ¿Cuál es la variable independiente y dependiente?

b. Escribe una función que represente la situación anterior.

c. ¿Cuánto dinero se debe pagar en total por 24 pizzas familiares?

d. Según la venta de pizza individual, ¿cuál es la variable independiente y dependiente?

e. Escribe una función que represente la venta de pizzas individuales.

f. ¿Cuánto dinero se debe pagar en total por 34 pizzas individuales?

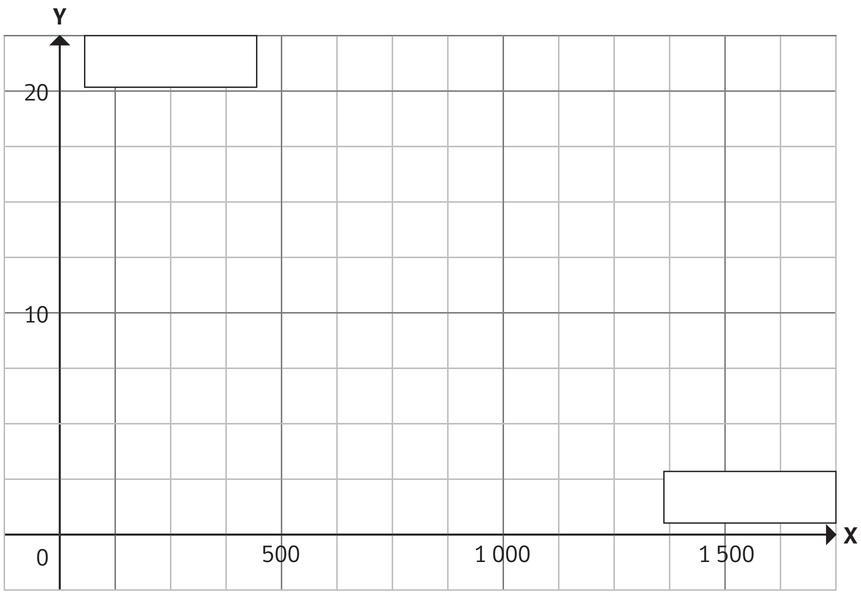
g. ¿Qué crees que representa la función $u(x) = \frac{x}{550}$ donde x se define como el dinero que se cancela en la panificadora?

h. Si $x = 5\,500$ y $u(5\,500) = 10$ ¿Qué representa el número 10 en esta situación?

115492 1°M MAT.pdf 51 03-07-24 15:58

i. Observa los valores de la tabla, luego completa el gráfico en el plano cartesiano.

Var. Independiente Total pagado (x)	Expresión numérica	Var. Dependiente Cantidad de pizzas (y)
550	550 : 550 = 1	1
1 650	1 650 : 550 = 3	3
2 750	2 750 : 550 = 5	5
	variable : constante	
x	x : 550	$u(x) = y = x : 550$



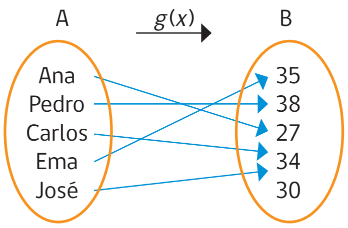
115492 1°M MAT.pdf 52

03-07-24 15:58

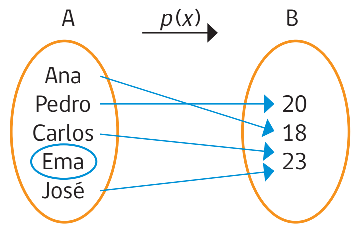
Formalicemos

¿Cuándo estamos frente a una FUNCIÓN?

Cuando TODOS los elementos del conjunto de partida A tienen una ÚNICA imagen en el conjunto de llegada B. Observa:



g(*x*): edad de x
x: integrante del grupo



p(*x*): puntaje obtenido
x: integrante del grupo

Observa que g(x) es una función pues todos los elementos del conjunto A tienen una única imagen en el conjunto B, sin embargo, p(x) NO es una función ya que Ema no se relaciona con ningún elemento del conjunto B, es decir no tiene imagen.

El **"dominio"** de la función g(x) o el **conjunto de partida A**, es, en este caso, el conjunto formado por las 5 personas {Ana, Pedro, Carlos, Ema, José}, valores o categorías de la variable independiente (x).

La **"imagen"** de un elemento (x) corresponde al valor que toma la variable dependiente (y) al evaluar la variable x en la función, es decir, corresponde al valor de g(x).

En el ejemplo g(Ana) = 27 se dice que 27 es imagen de Ana.

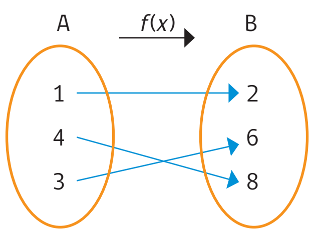
El **"recorrido"** de la función es el conjunto de las imágenes y es un subconjunto del codominio o **conjunto de llegada B**. En el ejemplo es el subconjunto {35, 38, 27, 34}.

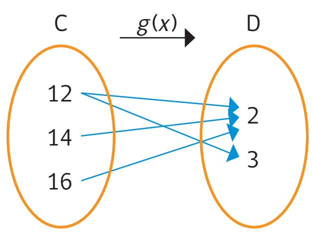
Algunas convenciones en cuanto a la notación:

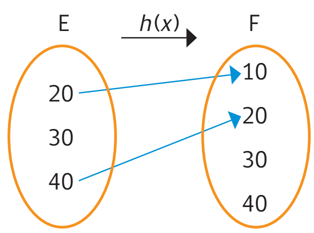
Para simbolizar una función generalmente se utiliza la letra f, si se trabaja con varias funciones, para distinguirlas se usan otras letras como g , h.

Recuerda "y" es lo mismo que escribir f(x) es decir, y = f(x)

¿Qué relación es función? ¿Por qué?





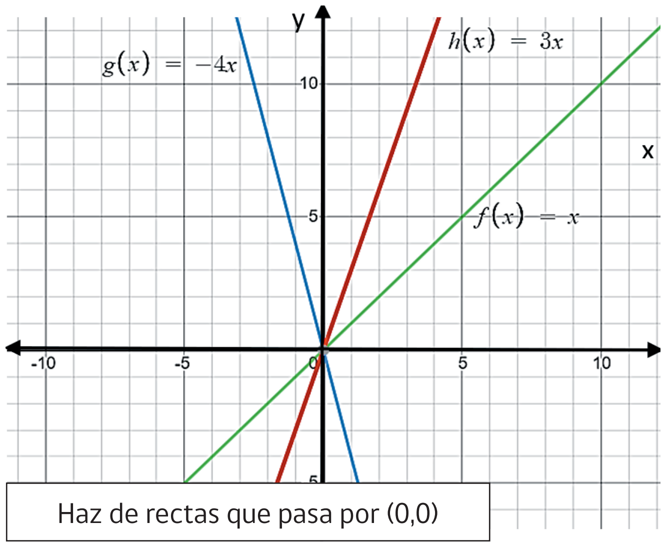


115492 1°M MAT.pdf 53 03-07-24 15:58

Reconociendo una función lineal

Las expresiones algebraicas de las **funciones lineales** son de la forma **y = mx**, es decir, una constante por una variable, donde la pendiente **m** corresponde a la constante de proporcionalidad y se calcula como $\frac{y}{x}$ en un punto (x, $f(x) = y$) que nos indica la inclinación de la recta. Gráficamente observaremos un conjunto de puntos que forman una línea recta que pasa por el punto origen (0, 0).

- La pendiente de $g(x)$ es –4, la función es decreciente pues a medida que x toma valores más grandes, sus imágenes toman valores más pequeños.
- La pendiente de $h(x)$ es 3 y de $f(x)$ es 1. Ambas funciones son crecientes, a medida que x toma valores más grandes, sus imágenes toman valores más grandes también.



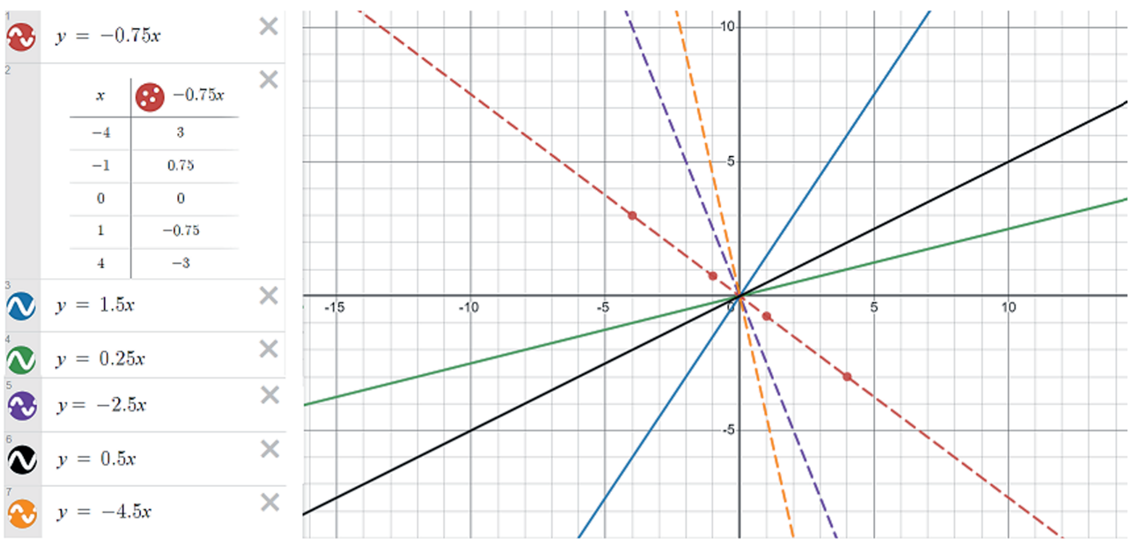
Haz de rectas que pasa por (0,0)

¿Cómo calcular la pendiente?

Al realizar el cociente entre la diferencia de los valores de la variable dependiente (y) y la diferencia de la variable independiente (x), obtenemos el valor de la pendiente m

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ siendo } (x_1, y_1) \text{ y } (x_2, y_2) \text{ puntos de la recta de ecuación } y = mx.$$

Como vimos, una función se puede representar o modelar por una ecuación, una tabla de valores o una gráfica. Usando el graficador de funciones *Desmos* podemos visualizar de mejor forma diferentes funciones lineales, según su pendiente.



115492 1°M MAT.pdf 54 03-07-24 15:58

Revisa los 10 primeros minutos del siguiente video para comprender la representación gráfica de una función lineal.

Actividad 7

1. La robótica colaborativa se ha posicionado por méritos propios como una de las soluciones de automatización más flexibles y fáciles de integrar para las pequeñas y medianas empresas. El uso de robots colaborativos para realizar trabajos repetitivos, pesados y peligrosos logra cubrir necesidades de sectores como la industria textil, el alimentario, el farmacéutico o en centros de mecanizado. Por ejemplo, en el proceso de colocar cajas ordenadas sobre un pallet, un tipo de robot es capaz de apilar 8 cajas por minuto. Considerando el contexto, completa la tabla con los datos que faltan:

Tiempo (minutos)	Cantidad de cajas
1	8 • 1 = 8
2	8 • 2 = 16
3	8 • =
4	8 • =
5	8 • =
x	f(x) =

¿Cuántas cajas apila en una hora?

2. Yuri quiere cambiar su camioneta y revisa el rendimiento de diferentes vehículos en una página web, donde, además del rendimiento del vehículo, consulta sus precios. La siguiente tabla muestra los diferentes modelos que ha seleccionado. Completa con la distancia que recorre según la cantidad de litros de bencina, en cada caso.

Automóvil 1		Automóvil 2		Automóvil 3		Automóvil 4	
24 km por litro		25 km por litro		20,1 km por litro		19 km por litro	
litros	km	litros	km	litros	km	litros	km
1	24 • 1 = 24	1	25 • 1 = 25	1	20,1• 1 = 20,1	1	19 • 1 = 19
2		2		2		2	
3		3		3		3	
x	$f(x)$ =	x	$g(x)$ =	x	$m(x)$ =	x	$h(x)$ =

115492 1°M MAT.pdf 55

03-07-24 15:58

Desafío

Lee la siguiente noticia y responde:

Botellas desechables siguen siendo una de las fuentes principales de contaminación por plástico en Chile

"La cantidad de plástico utilizado en la venta de bebidas es impactante y este informe es una prueba más de que hacer el cambio hacia la retornabilidad es urgente".

Por otra parte... En 2016, alrededor del mundo se consumieron aproximadamente **20 000 botellas por segundo.** De dicha cantidad, **sólo el 9% es reciclado, dejando al otro 91% en basureros y océanos.**

Si esta situación se ha mantenido hasta hoy. Determina con ayuda de la calculadora: ¿Cuántas botellas plásticas se han consumido hasta este año desde 2016?

Elije a dos personas para cometar y reflexionar a cerca de las temáticas propuestas en los problemas anteriores y respondan las siguientes preguntas.

a. ¿Qué consecuencias favorables o desfavorables encuentran en el uso de robots?

b. ¿Consideran importante conocer el rendimiento de un vehículo al momento de querer comprar uno? ¿Por qué?

c. Revisen el siguiente video y comenten cómo afecta en su diario vivir la contaminación y qué medidas podrían tomar para evitar ser participe de aquello.

https://www.youtube.com/watch?v=pm8Oonkk1Es&ab_channel=ElTalarnoticias

Autoevaluación de la unidad

Marca con un ✓ la categoría que mejor te represente:

TAREA	No entendí	Lo hice	Lo explico
Planteo una ecuación (actividad 1)			
Planteo y resuelvo ecuaciones (actividad 2)			
Identifico sistemas de ecuaciones a partir de su representación (actividad 3)			
Planteo sistemas de ecuaciones reconociendo y relacionando variables (actividad 4)			
Resuelvo sistemas de ecuaciones representando su solución en un plano cartesiano (actividad 5)			
Aplico conceptos básicos de funciones (imagen, preimagen, dominio, recorrido) (actividad 6)			
Resuelvo problemas determinando una función lineal y sus representaciones ya sea en tablas de valores, algebraica o gráficamente (actividad 7)			

Nota: Si marcaste 2 o más 3 en la columna "no lo entendí", pide ayuda a tu profesor, vuelve a revisar los ejemplos y ejercicios propuestos.

115492 1°M MAT.pdf 56 03-07-24 15:58

Síntesis de la unidad

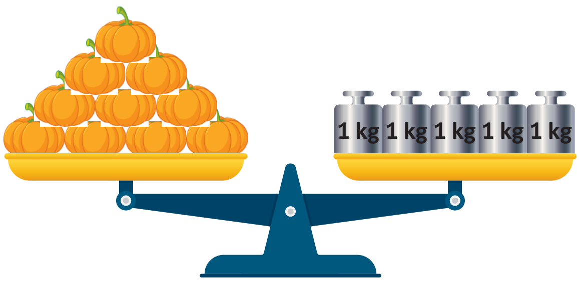
Ecuación

Podemos pensar una ecuación como una balanza equilibrada en la cual es posible modificar la cantidad de objetos en cada platillo, cuidando que quede siempre en equilibrio. Por ejemplo:

Considerando que la balanza esta equilibrada y que las calabazas tienen igual masa, ¿cuál es la masa de una calabaza?

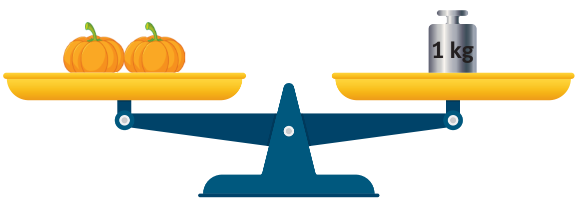
Definamos la incógnita
c: masa de una calabaza

$10c + 1 = 6$ planteamos la ecuación



$10c + 1 - 1 = 6 - 1$ quitamos 1 a ambos lados

$10c = 5$



$2c = 1$ 2 calabazas pesan 1kg.

$c = \frac{1}{2}$

Luego 1 calabaza tiene de masa 500 g o medio kg.

Planteo de sistema de ecuaciones

Adivina, si tengo una cierta cantidad de monedas de $50 y de $100 en mi bolsillo y tengo en total 16 monedas equivalentes a $1 350 ¿cuántas monedas de $50 y de $100 tengo?

Establece las incógnitas Sean x = cantidad de monedas de $ 50

y = cantidad de monedas de $ 100

Plantea el sistema de ecuaciones:

1. $50x + 100y = 1\,350$

2. $x + y = 16$

115492 1°M MAT.pdf 57 03-07-24 15:58

Evaluación de la unidad

1. ¿Cuál es el valor de n en la siguiente ecuación **n + 4n = 120** ?

A. 115

B. 30

C. 24

D. 15

2. ¿Cuál es la solución de la ecuación **3x + 10 – 24 = 7** ?

A. 21

B. 24

C. 7

D. -7

3. Cinco veces mi edad (d) es igual a 100 años ¿qué ecuación representa la situación?

A. d + 5 = 100

B. 5d = 100

C. d : 5 = 100

D. 5d + 100 = 0

4. El perímetro de un rectángulo es 30 cm. La medida del largo es el doble que el ancho "x". ¿Qué ecuación representa la situación descrita?

A. 4x = 30

B. 4x = 15

C. 2x + x = 15

D. 2x + 4x = 30

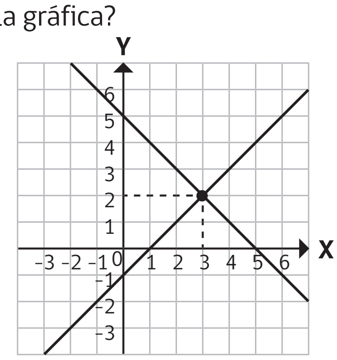
5. ¿Qué opción muestra el sistema de ecuaciones que corresponde a la gráfica?

A. $\begin{array}{r} x + y = 5 \\ x - y = -1 \end{array}$

B. $\begin{array}{r} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{array}$

C. $\begin{array}{r} -x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{array}$

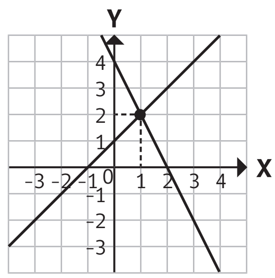
D. $\begin{array}{r} x - y = 5 \\ x + y = -1 \end{array}$



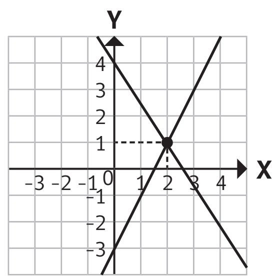
6. ¿Cuál es la solución gráfica del sistema

$$\begin{array}{r} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 8 \end{array}$$

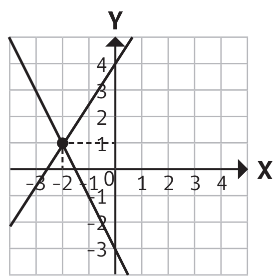
A.



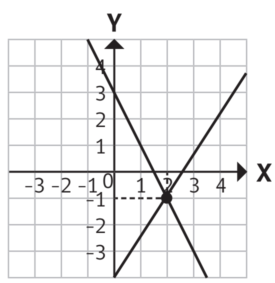
B.



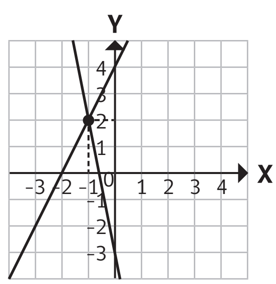
C.



D.

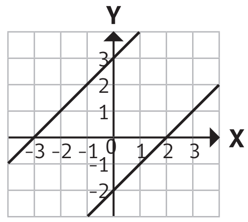


E.



115492 1°M MAT.pdf 58 03-07-24 15:58

7. El siguiente gráfico representa un sistema de ecuaciones. **¿A cuál de los siguientes sistemas representa?**



A. $\begin{cases} -x + y = -2 \\ -x + y = 3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} -x + y = 2 \\ x - y = 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2x - 2y = 4 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x + y = 6 \end{cases}$

8. Un rectángulo tiene de perímetro 56 cm y se necesita conocer la medida del largo. Si el largo disminuye en 2 cm y el ancho aumenta en 2 cm resulta un cuadrado. Para determinar el largo se plantea el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 28 \\ x - 2 = y + 2 \end{cases}$$

¿Qué representa la variable x en este modelo?

A. El largo del rectángulo
B. El ancho del rectángulo
C. El largo del rectángulo disminuido en 2
D. El ancho del rectángulo aumentado en 2

9. La diferencia entre las edades de dos primos es 10 años y la suma de las edades de la persona menor y el doble de la edad de la persona mayor, es 29. **¿Cuál de los sistemas representa la situación descrita?**

A. $\begin{cases} 2x + y = 29 \\ x - y = 10 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2x - y = 29 \\ x - y = 10 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2x + y = 29 \\ y - x = 10 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + 2y = 29 \\ x - y = 10 \end{cases}$

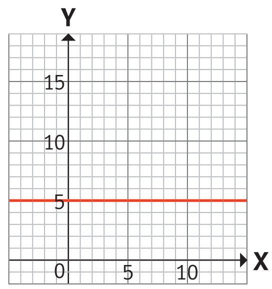
10. ¿Cuál es la función que corresponde a la siguiente tabla?

x	0	2	4	6	8
y	0	6	12	18	24

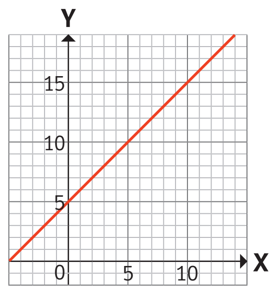
A. $y = x + 4$
B. $y = x + 2$
C. $y = 2x$
D. $y = 3x$

11. Dada la función $f(x) = 5x$ ¿Cuál es su representación gráfica?

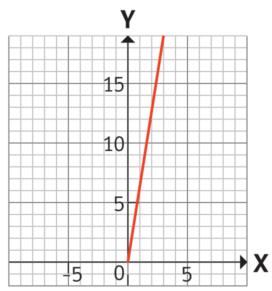
A.



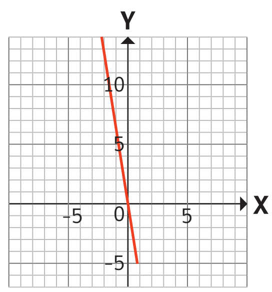
B.



C.



D.



115492 1°M MAT.pdf 59 03-07-24 15:58

12. Un vendedor de volantines los vende a $1 500 cada uno. ¿Qué función permite determinar la cantidad de dinero que recauda según la cantidad x de volantines que vende?

A. $y = 1\,500 + x$

B. $y = 1\,500 : x$

C. $y = 1\,500 - x$

D. $y = 1\,500x$

13. Una compañía telefónica cobra solo por la llamada, considerando un precio fijo por minuto hablado. Sabiendo que una llamada de 5 minutos cuesta $450, ¿qué función da el precio total "*p*" de la llamada según los minutos "*t*" que hemos hablado?

A. $p(t) = 90t$

B. $p(t) = 450t$

C. $p(t) = t + 450$

D. $p(t) = 90t + 450$

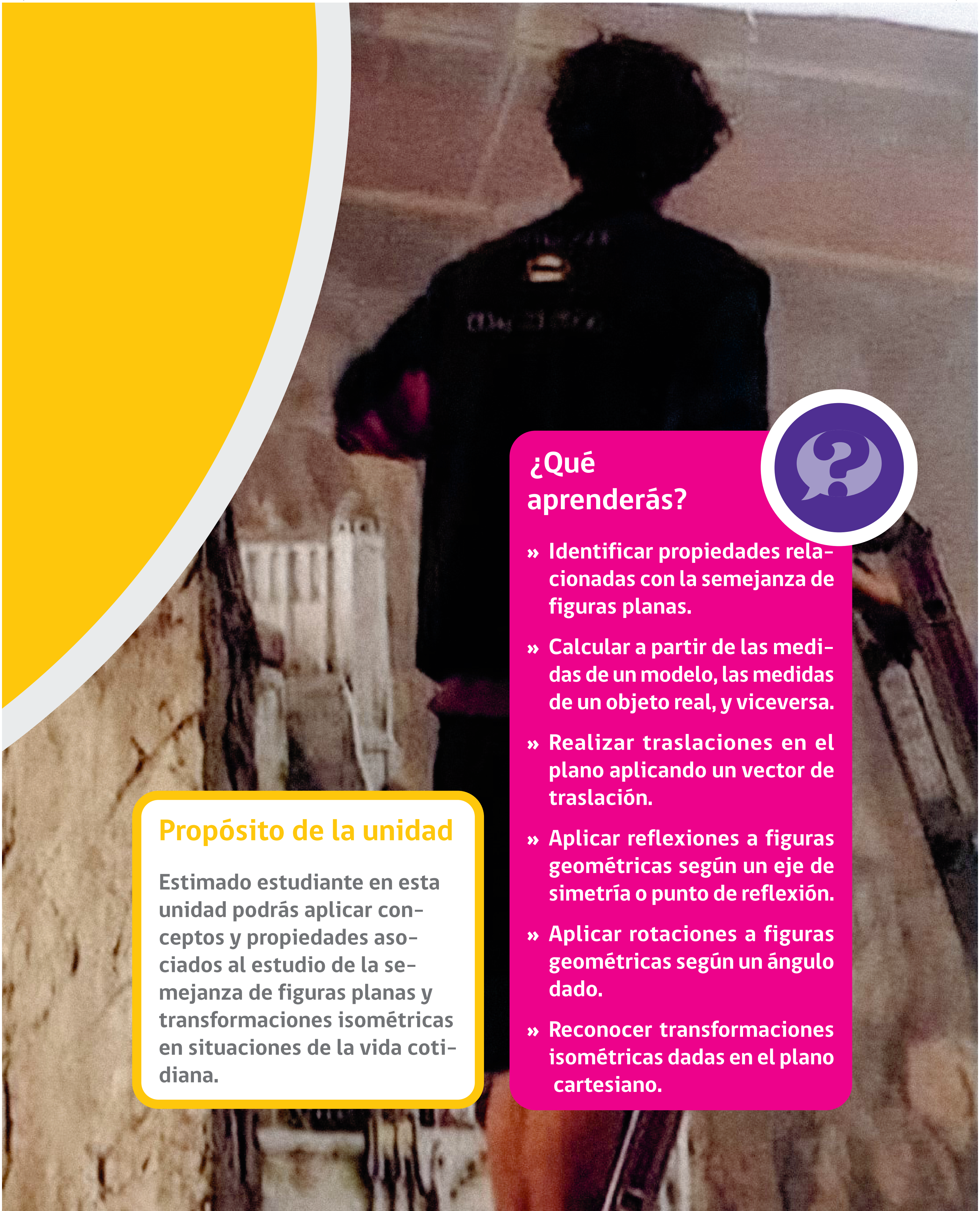
115492 1°M MAT.pdf 60 03-07-24 15:58

ESCRIBA AQUÍ SUS APUNTES

Unidad de geometría
Semejanza y transformaciones isométricas

En la cinematografía, existe el recurso de la maqueta para lograr ser más realista algunas escenas. Un ejemplo es en la película "El señor de los anillos" en la cual muchos de los lugares que podemos apreciar podemos encontrarlos y visitarlos en Nueva Zelanda, sin embargo para algunas escenas épicas, el director Peter Jackson no quiso limitarse y mandó a hacer maquetas de ciertos lugares en los que requería tomas aéreas que solo podían lograrse reduciendo de manera significativa la escala del lugar, añadiendo ciertos detalles que iban acorde con su idea sin desapegarse de la historia original escrita por J. R. R. Tolkien.

115492 1°M MAT.pdf 62 03-07-24 15:58



Propósito de la unidad

Estimado estudiante en esta unidad podrás aplicar conceptos y propiedades asociados al estudio de la semejanza de figuras planas y transformaciones isométricas en situaciones de la vida cotidiana.

¿Qué aprenderás?

- Identificar propiedades relacionadas con la semejanza de figuras planas.
- Calcular a partir de las medidas de un modelo, las medidas de un objeto real, y viceversa.
- Realizar traslaciones en el plano aplicando un vector de traslación.
- Aplicar reflexiones a figuras geométricas según un eje de simetría o punto de reflexión.
- Aplicar rotaciones a figuras geométricas según un ángulo dado.
- Reconocer transformaciones isométricas dadas en el plano cartesiano.

115492 1°M MAT.pdf 63 03-07-24 15:58

Descubriendo la semejanza

En una de las tantas visitas al museo que realiza Juan Carlos y su familia les llamó la atención la siguiente pintura, cuyas características son las siguientes:

***Retrato* Muchacha sentada**	
Técnica:	Óleo sobre tela
Dimensiones:	104 cm x 74 cm
Salvador Dalí / 1925	

Algunas réplicas de la pintura se presentan a continuación:

Imagen 1

Imagen 2

Imagen 3

Las imágenes muestran la misma pintura, todas con dimensiones proporcionales a la real. Podemos observar que tienen la **misma forma,** pero distinto tamaño y si calculamos la *razón* entre *la medida del alto* y *el ancho* tenemos que:

a. En la pintura real, la razón es $\frac{104}{74}$ cuyo **valor de la razón** es $104 : 74 = 1{,}\overline{405}$.

Con la ayuda de una regla mide las dimensiones de las réplicas de la pintura y completa las afirmaciones:

b. En la imagen 1, la razón es ________ cuyo valor de la razón es ________ **:** ________ = ________

c. En la imagen 2, la razón es ________, cuyo valor de la razón es ________ **:** ________ = ________

d. En la imagen 3, la razón es ________, cuyo valor de la razón es ________ **:** ________ = ________

Luego si comparamos todas las razones, con la pintura original vemos que son **equivalentes**, es decir,

$$\frac{104}{74} = \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_$$

115492 1°M MAT.pdf 64 03-07-24 15:58

A esta igualdad se denomina **PROPORCIÓN** por ser una igualdad entre razones equivalentes.

Si dos figuras son de **igual forma,** pero de **distinto tamaño**, se dice que son figuras **SEMEJANTES**.

Si dos figuras son de **igual forma** y **tamaño**, se dice que son figuras **CONGRUENTES**.

Aplicando proporciones para encontrar figuras semejantes

A Juan Carlos le gusta el arte y desea realizar una réplica en acuarela de la pintura manteniendo las proporciones. Considerando las medidas reales (104 cm y 74 cm), ¿cuál de los siguientes lienzos tienen el tamaño exacto para hacer la réplica reducida? Explica tu elección

Lienzo A de 38,5 cm y 26,5 cm

Si ☐ No ☐

Porque ______________________________

Lienzo B de 70 cm y 53 cm

Si ☐ No ☐

Porque ______________________________

Lienzo C de 71,5 cm y 47,5 cm

Si ☐ No ☐

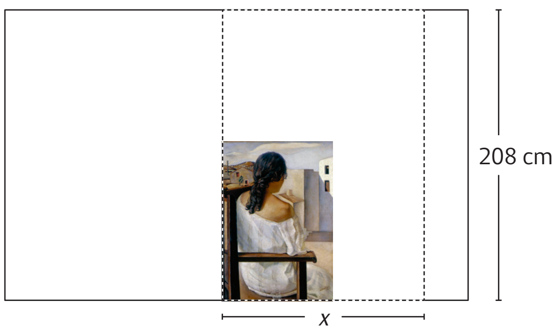
Porque ______________________________

Lienzo D de 77 cm y 77 cm

Si ☐ No ☐

Porque ______________________________

Sin embargo, su hermana Alejandra quiere pintar la imagen en la muralla de su habitación, cuya altura es de 208 cm ¿Cuántos centímetros de ancho "*x*" debería considerar para mantener las proporciones en su réplica?



Hay que considerar que el valor de la razón entre sus lados sea el mismo que el de la pintura original ($1{,}\overline{405}$), así nos aseguramos que las figuras sean proporcionales y por ende semejantes.

Llamemos x al ancho de la imagen que se busca. Sabemos que la razón entre el alto y el ancho de la imagen original es $\frac{104}{74}$ y que la razón entre el alto y ancho de la imagen buscada es $\frac{208}{x}$.

Luego como las imágenes deben ser semejantes las razones entre los lados deben ser iguales, obteniendo la proporción: $\frac{104}{74} = \frac{208}{x}$.

115492 1°M MAT.pdf 65 03-07-24 15:58

Aplicando la propiedad fundamental de las proporciones (multiplicando cruzado y despejando x en la ecuación) tenemos que:

$$104 \bullet x = 74 \bullet 208$$

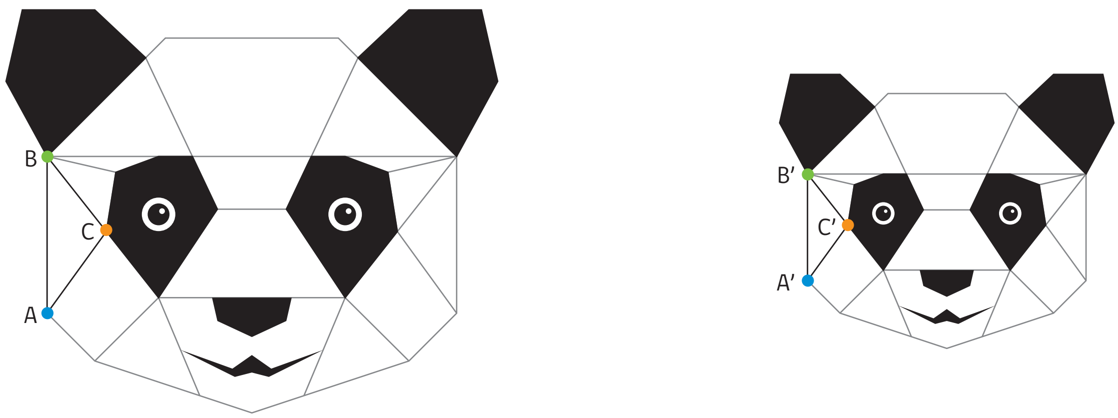
$$x = \frac{74 \bullet 208}{104} = 148$$

Luego para que la imagen tenga 208 cm de alto, su ancho debe ser de 148 cm y así no se deforma al ampliarla.

Observa que también se puede amplificar la razón original $\frac{104 \bullet 2}{74 \bullet 2} = \frac{208}{148}$ para encontrar "*x*".

Analizando figuras en cuanto a sus medidas

En parejas observen las siguientes imágenes y contesten las preguntas:



¿Qué tienen de diferente las imágenes? ______________________________

¿y qué es similar entre ellas? ______________________________

¿Podemos suponer que son semejantes? Verifica realizando las siguientes actividades

1. En ambas imágenes marque cinco puntos diferentes con las letras mayúsculas *A*, *B*, *C*, *D* y *E* en la figura grande y con letras *A'*, *B'*, *C'*, *D'* y *E'* en la figura pequeña, como el ejemplo. Estos puntos son **correspondientes** u **homólogos**. Usando una regla determine la longitud del trazo $\overline{AB}$ y la de su correspondiente $\overline{A'B'}$ y anótelos sobre los trazos. Repita esta acción por lo menos con 4 trazos distintos.
2. Escriba la razón entre las medidas de los trazos definidos y sus homólogos. Luego calcule el valor del cociente en cada razón:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\quad}{\quad} =$$

115492 1°M MAT.pdf 66

03-07-24 15:58

3. Analice las razones anteriores y determine si existe alguna regularidad entre ellas. Escriba sus conjeturas a continuación.

¿Cómo son los ángulos entre las figuras?

1. En la figura anterior y usando un transportador determine:

   Medida $\measuredangle ABC$ = ________ y $\measuredangle A'B'C'$ = ________

   Medida $\measuredangle BCD$ = ________ y $\measuredangle B'C'D'$ = ________

2. ¿Qué relación existe entre las medidas de los ángulos y sus ángulos homólogos?

Estableciendo conclusiones a partir de la exploración realizada

3. A partir de lo que has experimentado al desarrollar las actividades, ¿qué relación existe entre la imagen original y su imagen reducida, en cuanto a su forma y tamaño?

4. Explique con sus palabras la o las condiciones matemáticas que deben cumplir dos imágenes para que sean **semejantes**.

   "Dos figuras son semejantes si se cumple que sus lados son ________________________________

   ____

   y sus ángulos ____

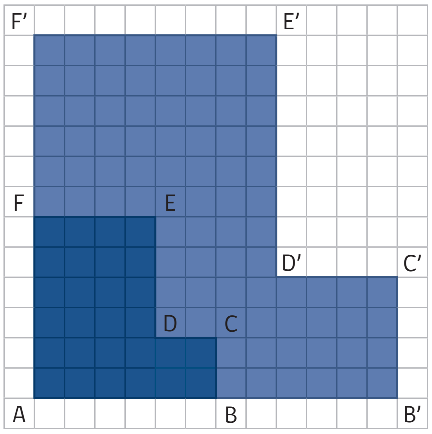
   ____"

115492 1°M MAT.pdf 67 03-07-24 15:58

Actividad 1

De acuerdo con las conjeturas obtenidas, determine matemáticamente si los siguientes pares de figuras son o no semejantes. Considera como unidad de medida cada cuadradito.

a.



Completa la razón entre sus lados correspondientes

$\frac{\overline{AB}}{\overline{AB'}} = \frac{6}{12} = 0,5$ ______ = ______ =

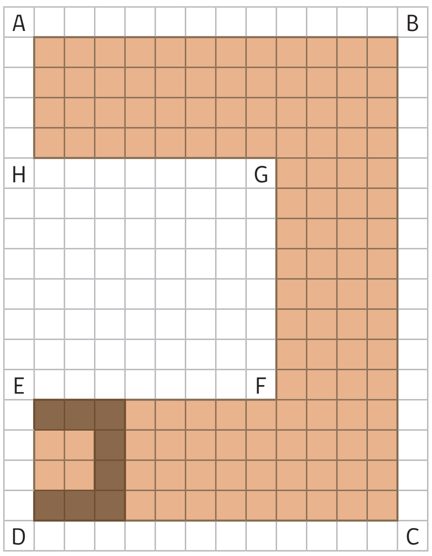
______ = ______ = ______ = ______ =

______ = ______ = ______ = ______ =

Sus **ángulos** homólogos son todos rectos entre sí (miden 90°) luego son congruentes.

Luego los polígonos ABCDEF y A'B'C'D'E'F' son: ______________________________

a.



La razón entre sus 8 **lados**

$\frac{\overline{AB}}{\overline{AB'}} =$ ______ = ______ = ______ =

______ = ______ = ______ = ______ =

______ = ______ = ______ = ______ =

______ = ______ = ______ = ______ =

______ = ______ = ______ = ______ =

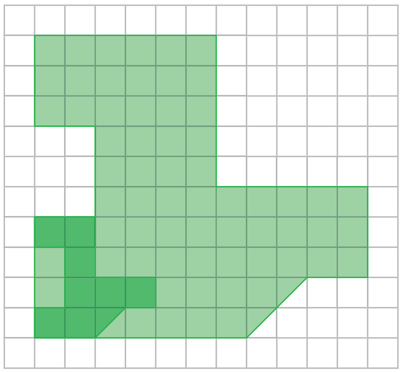
Sus **ángulos correspondientes son:** ______________

____

Luego las figuras son: ______________________________

115492 1°M MAT.pdf 68 03-07-24 15:58

Desafío



Plantea la razón entre sus **lados**

______ = ______ = ______ = ______ =

______ = ______ = ______ = ______ =

______ = ______ = ______ = ______ =

______ = ______ = ______ = ______ =

______ = ______ = ______ = ______ =

______ = ______ = ______ = ______ =

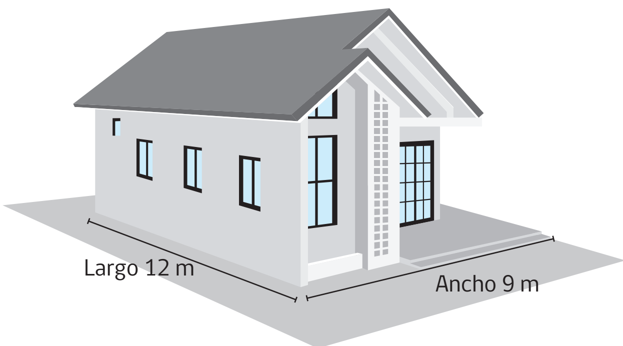
Sus **ángulos correspondientes son:** ______________

____

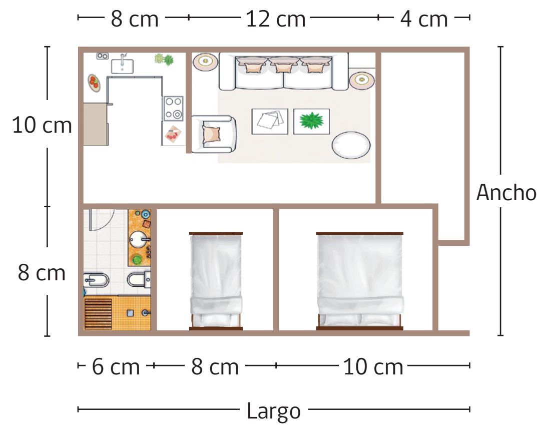
Luego las figuras son: ______________________________

Actividad 2

Observa las siguientes imágenes y contesta las preguntas:

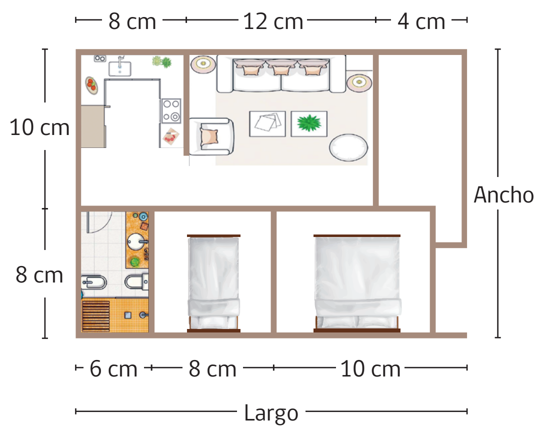


Dimensiones reales de la casa



Dimensiones de la maqueta

a. Completa en el siguiente plano las dimensiones reales en metros de las habitaciones:



b. Para determinar la medida del área de una superficie se multiplica el largo por el ancho. Calcula el área real (en m^2) de las siguientes habitaciones y el área en la maqueta de la habitación correspondiente:

Baño real ______________________ m^2 Baño en la maqueta ______________________ cm^2

Dormitorio 1 real ______________________ m^2 Dormitorio 1 en la maqueta ______________________ cm^2

Cocina real ______________________ m^2 Cocina en la maqueta ______________________ cm^2

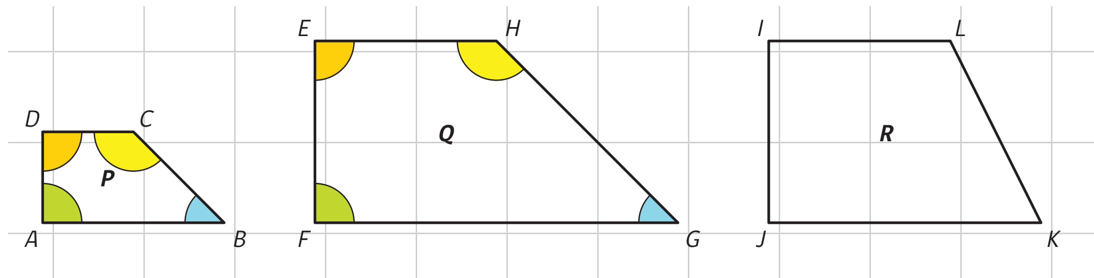
Living real ______________________ m^2 Living en la maqueta ______________________ cm^2

c. ¿Puedes afirmar que las áreas son semejantes entre sí? *(recuerda que deben estar en la misma unidad de medida)*

115492 1°M MAT.pdf 70 03-07-24 15:58

Concepto de semejanza

Intuitivamente, dos figuras son **semejantes** cuando tienen la misma forma, aunque no necesariamente el mismo tamaño, observa los cuadriláteros P, Q y R



Observa que el cuadrilátero ***P*** es semejante al cuadrilátero ***Q***, en cambio el cuadrilátero ***R*** no es semejante a ninguno de ellos. Averigua porqué.

El símbolo usado para la semejanza es: ~

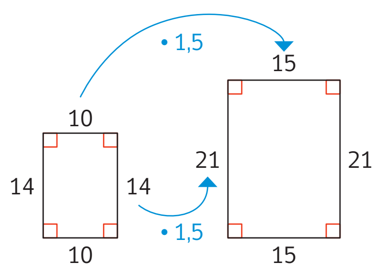
En la figura anterior el cuadrilátero *P* es semejante a *Q*, lo cual se escribe ***P* ~ *Q***

Luego se cumple que los ángulos correspondientes miden los mismo	Los lados correspondientes son proporcionales
$\sphericalangle DAB = \sphericalangle EFG$	$2 \cdot \overline{AB} = \overline{FG}$
$\sphericalangle CBA = \sphericalangle HGF$	$2 \cdot \overline{BC} = \overline{GH}$
$\sphericalangle DCB = \sphericalangle EHG$	$2 \cdot \overline{CD} = \overline{HE}$
$\sphericalangle CDA = \sphericalangle HEF$	$2 \cdot \overline{DA} = \overline{EF}$

Definición: Dos figuras **son semejantes** si sus ángulos correspondientes son congruentes y sus lados correspondientes son proporcionales.

La **razón de semejanza** es el valor de la razón formada al comparar lados homólogos. En la figura anterior, la razón de semejanza entre ***P*** y ***Q*** es 2, por cada 2 unidades de la figura *Q*, P tiene 1 unidad es decir la razón entre los lados homólogos de ***P*** y ***Q*** es $2 : 1 = 2$ Luego las dimensiones de la figura *Q* son el doble de las de *P*.

Otro ejemplo:



Estos rectángulos son semejantes pues sus ángulos correspondientes son iguales y sus lados son proporcionales. Al plantear las razones tenemos

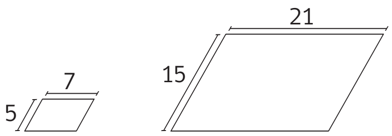
$\frac{21}{14} = \frac{15}{10} =$ 1,5 razón de semejanza

115492 1°M MAT.pdf 71
03-07-24 15:58

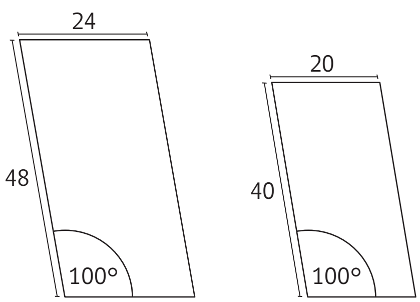
Actividad 3

1. Determina en cada caso si los polígonos son semejantes indicando la razón de semejanza:

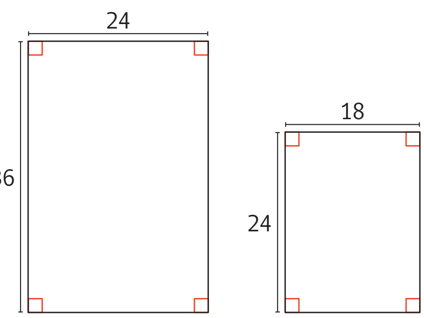
a.



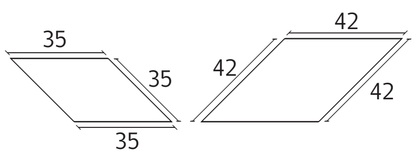
b.



c.



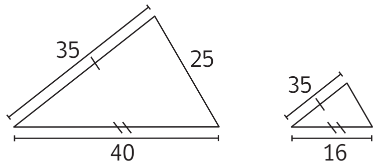
d.



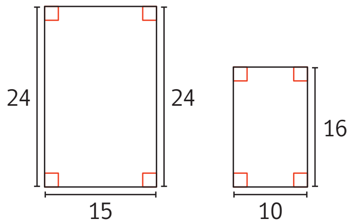
115492 1°M MAT.pdf 72 03-07-24 15:58

2. Determina en cada caso la razón de semejanza en las siguientes figuras:

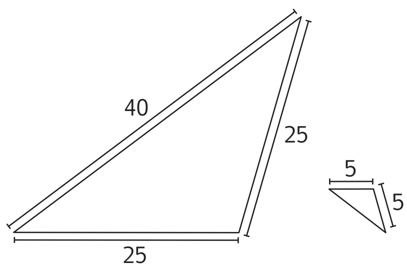
a.



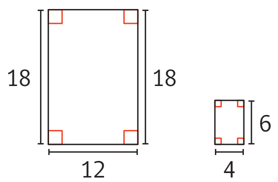
b.



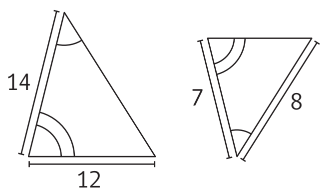
c.



d.

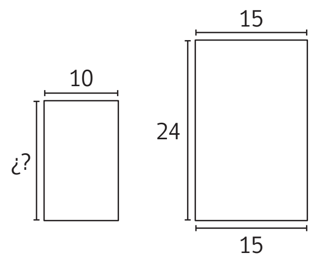


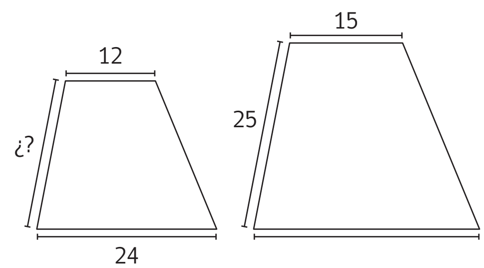
e.

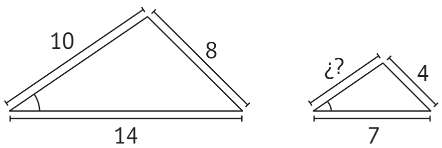


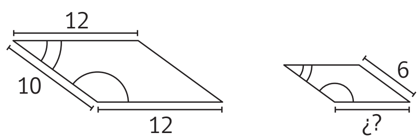
115492 1°M MAT.pdf 73
03-07-24 15:58

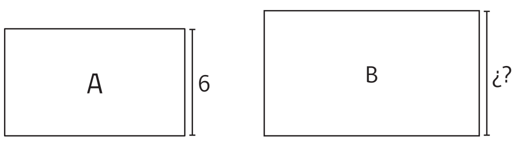
3. En los siguientes pares de polígonos semejantes, determina la longitud del lado desconocido.



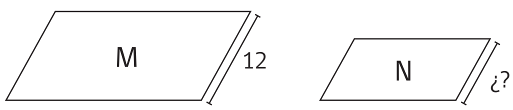








Razón de semejanza entre A y B es 2 : 7



Razón de semejanza entre M y N es 3 : 2

Para **reforzar** el concepto de figuras semejantes puedes revisar el siguiente video.

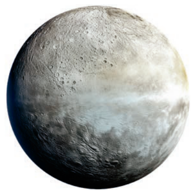
https://www.youtube.com/watch?v=4MxChkgm370&t=83s&ab_channel=DanielCarre%C3%B3n

115492 1°M MAT.pdf 74 03-07-24 15:58

Uso de escalas

Un grupo de compañeros deben realizar una réplica del sistema solar aplicando una escala de 1 : 1 000. A Diego le han solicitado confeccionar los planetas, para ello debe calcular las medidas de los radios de cada uno. Ha registrado los radios reales de los distintos planetas, observa el ejemplo y calcula la longitud de los otros.

Mercurio: Radio real 2 439 km



En la escala 1 : 100 000 significa que 1 cm de la maqueta equivale a 100 000 cm = 1 km en la realidad realizándose una reducción donde la réplica representa al planeta 100 mil veces más pequeño.

Luego el radio en la maqueta debe medir:

2 439 : 100 000 = 0,02439 cm

O bien 2 439 • (1: 100 000) = 2 439 • 0,00001

= 0,02439

Venus: Radio real 6 051 km

Tierra: Radio real 6 371 km

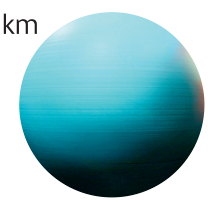
Marte: Radio real 3 389 km

Júpiter: Radio real 69 911 km

Saturno: Radio real 58 238 km

Comparte estrategias con tu compañero.

Urano: Radio real 25 362 km



Neptuno: Radio real 24 622 km

115492 1°M MAT.pdf 75 03-07-24 15:58

Recuerda...

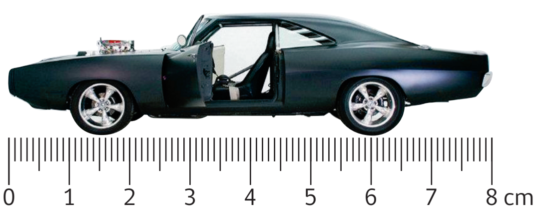
Una escala permitirá realizar diferentes representaciones para recrear una ciudad, un paisaje, un vehículo, a una escala reducida, obteniendo de forma detallada cada edificio, calle o elemento natural Por ejemplo, si un edificio mide 20 metros de altura, en el modelo a escala

1 : 1 000 medirá 2 centímetros en el modelo.

Actividad 4

1. Los Matchbox son coches en miniatura creados por la empresa británica Lesney Products en 1953. Su nombre proviene de la idea de que los modelos eran tan pequeños que cabían en una caja de fósforos (matchbox en inglés). En sus inicios, los Matchbox eran fabricados en una escala de 1:75, lo que significa que cada centímetro del coche en miniatura representaba 75 centímetros del coche real. Esta escala permitía a los fabricantes mantener un buen nivel de detalle. Averigua la dimensión real de los siguientes vehículos según la escala.

Dodge Charger de 1969



Escala 1 : 64

Longitud real: ________________________________

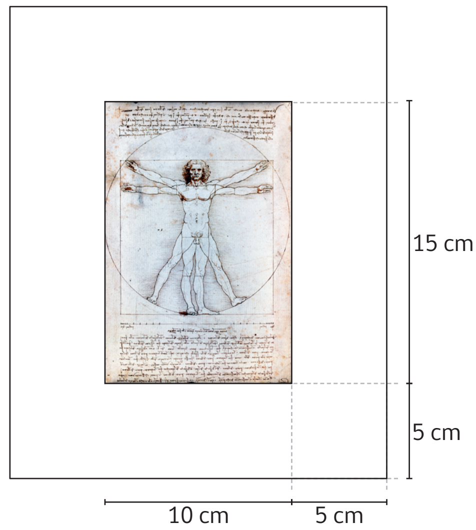
Opel Diplomatic de 1972

Escala 1 : 75

Longitud real: ________________________________

115492 1°M MAT.pdf 76 03-07-24 15:58

2. Una lámina rectangular del "Hombre de vitruvio" de Leonardo Da Vinci mide 10 cm de ancho y 15 cm de alto se enmarca dejando una franja de 5 cm de ancho por todo el borde, como muestra la figura ¿cuál es el factor de aumento que se aplica al rectángulo interior?



3. En una fotografía, Manuel y Francisca aparecen de pie, Manuel mide 1,5 m en la realidad y en la fotografía mide 10 cm de alto.

a. ¿Cuál es el factor de aumento que se aplica a la fotografía para obtener la estatura real de Manuel?

b. ¿Cuánto mide Francisca en la realidad si en la fotografía mide 13 cm?

- ☐ 0,86 m
- ☐ 1,32 m
- ☐ 1,10 m
- ☐ 1,09 m

4. El cuadro original "La Mona Lisa" de Leonardo Da Vinci tiene las dimensiones que muestra la imagen. Para hacer una reducción del cuadro original manteniendo sus proporciones ¿qué tamaño exacto debe tener la reducción?

- ☐ 38,5 cm y 26,5 cm
- ☐ 70 cm y 53 cm
- ☐ 71,5 cm y 47,5 cm
- ☐ 77 cm y 77 cm

115492 1°M MAT.pdf 77 03-07-24 15:58

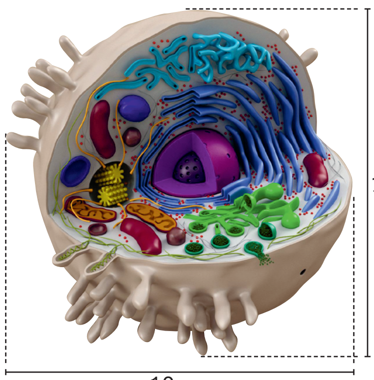
Maquetas en la ciencia

Las maquetas de anatomía humana son herramientas imprescindibles en el campo de la medicina y la educación en salud. Estas representaciones en tres dimensiones permiten visualizar con precisión la estructura del cuerpo humano, sus órganos y sistemas, lo que resulta muy útil para el aprendizaje y la práctica de la cirugía y otras especialidades médicas. Por ejemplo, para estudiar algunos seres vivos muy pequeños se usan representaciones tridimensionales que permiten observar sus componentes.

Actividad 5

1. Determina la dimensión real a partir de la escala y medida de las maquetas, guíate por el ejemplo:

Maqueta de una célula animal realizada a una escala



25 000 **:** 2 ¿cuánto mide la célula en la realidad?

La unidad de medida usada es en micrómetros (µm) donde 1 cm = 10 000 micrómetros

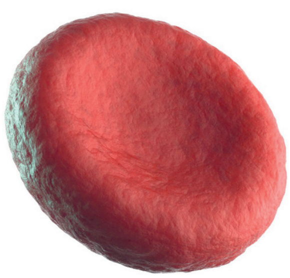
Como el modelo mide 10 cm lo que equivale a 100 000 µm

Factor de reducción $\frac{100\,000}{25\,000} = 4$

$$\frac{\textit{medida maqueta } (\mu m)}{\textit{medida real } (\mu m)} \rightarrow \frac{25\,000}{2} = \frac{100\,000}{x} \qquad \cdot 4$$

Luego la célula real mide 8 micrómetros

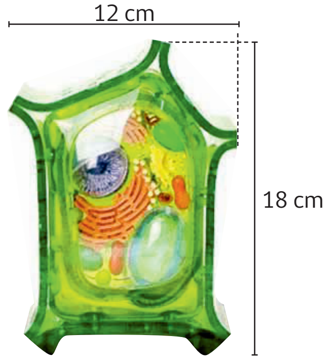
a. Maqueta de un glóbulo rojo de 14 cm de diámetro y 4,2 cm de grosor ¿cuántos µm mide la célula en la realidad?



Los glóbulos rojos miden ____________________ µm de diámetro y ______________ µm de grosor

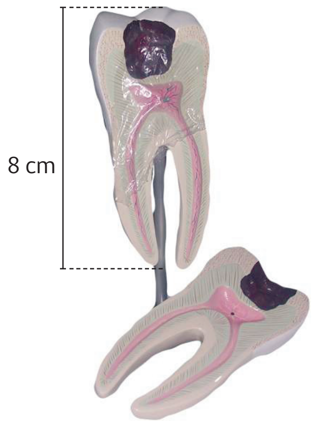
115492 1°M MAT.pdf 78 03-07-24 15:58

b. Maqueta de una célula vegetal a una escala 1200 : 1 ¿cuántos µm mide la célula en la realidad?



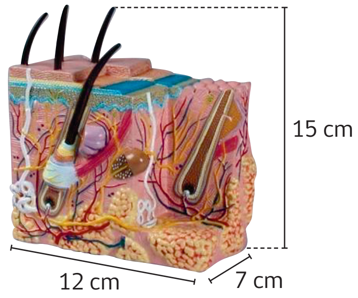
Una célula vegetal mide ________________ µm de largo, ____________ µm de alto y ____________ µm de ancho

c. Maqueta de una muela de adulto a una escala de 5 : 1, ¿cuántos cm mide la muela en la realidad?



En adultos la longitud de una muela es de ____________ cm

d. Maqueta de la piel y su anatomía a una escala de 60 : 1, ¿cuántos mm mide la piel en la realidad?



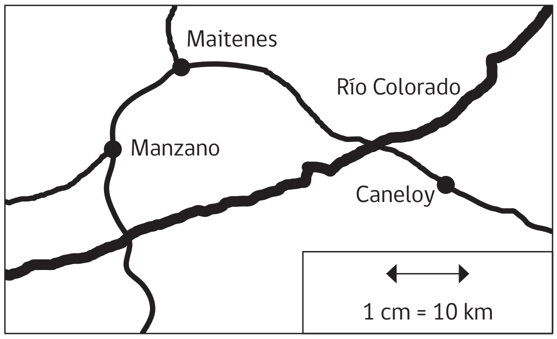
La muestra de piel mide ________________ mm de largo, ____________ mm de alto y ____________ mm de ancho

115492 1°M MAT.pdf 79 03-07-24 15:58

2. En un mapa la escala es 1 : 1 000 000, ¿qué distancia hay entre dos ciudades *A* y *B* si en el mapa están a 8,4 cm de distancia?

- [ ] 8,4 m
- [ ] 84 m
- [ ] 84 km
- [ ] 840 km
- [ ] 8,4 km

3. Observa el siguiente mapa, fue construido a una escala de 1 : 1 000 000



a. Con ayuda de una regla determina la distancia en cm que están Manzano de Caneloy para calcular luego la distancia real a la que se encuentran.

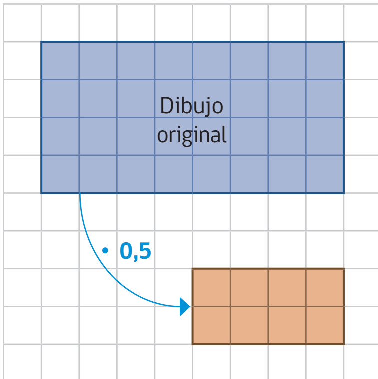
b. Averigua a que distancia real se encuentran Maitenes de Caneloy.

4. Se desea hacer el plano de un terreno de 100 m de largo por 400 m de ancho usando una escala de 1 : 500 ¿Cuáles deben ser las dimensiones del terreno en el plano?

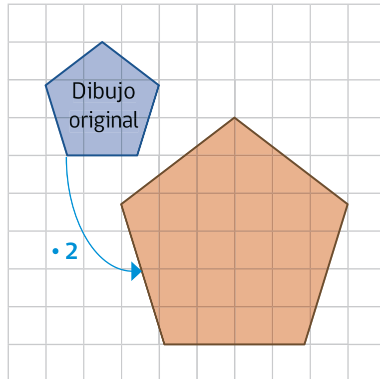
- [ ] 20 cm y 80 cm
- [ ] 10 cm y 40 cm
- [ ] 40 cm y 60 cm
- [ ] 400 cm y 1 200 cm

115492 1°M MAT.pdf 80 03-07-24 15:58

¿Ampliación o reducción?



Reducción con un factor de reducción 1 : 2 = **0,5** obteniendo una figura semejante

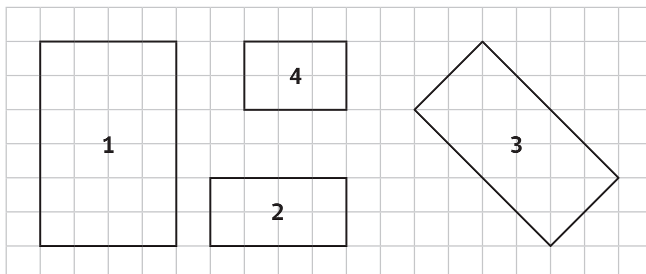


Ampliación con un factor de ampliación 2 : 1 = **2** y así obtener una figura semejante

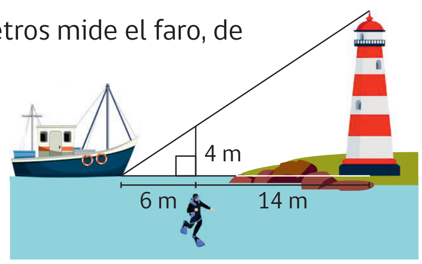
Actividad 6

1. En la siguiente figura, ¿qué pares de rectángulos son semejantes entre sí y sus lados están en la razón 2 : 3?

- ☐ el 1 y 3
- ☐ el 3 y 4
- ☐ el 1 y 4
- ☐ el 1 y 2
- ☐ el 2 y 4



2. Aplicando la semejanza de triángulos averigua, ¿qué altura en metros mide el faro, de acuerdo con los datos que muestra la imagen?



3. Si un edificio de 100 metros de altura proyecta una sombra de 24 metros, ¿qué altura tendrá otro edificio que en ese mismo instante deja una sombra de 15 metros?

Comparte estrategias y resultados con tu grupo.

Descubriendo rotaciones

En parejas observen las siguientes imágenes y respondan las preguntas:

Reloj análogo

Generador eólico

Molino de viento

Saltar la cuerda

a. ¿Qué tipo de movimiento realizan los distintos elementos que muestran las imágenes?

____

____

b. Observa cada una de las imágenes e imagina que comienzan a girar ¿sobre qué punto o recta giran? Describe cada situación

Las manecillas del reloj giran sobre _______________________

Las aspas del generador eólico giran sobre _______________________

Las aspas del molino de viento giran sobre _______________________

Al hacer girar la cuerda esta gira sobre _______________________

c. Averigua en qué otras situaciones de la vida real se observa este tipo de movimiento. Conversa con tu grupo y registra al menos 3 ejemplos

____

____

115492 1°M MAT.pdf 82 03-07-24 15:58

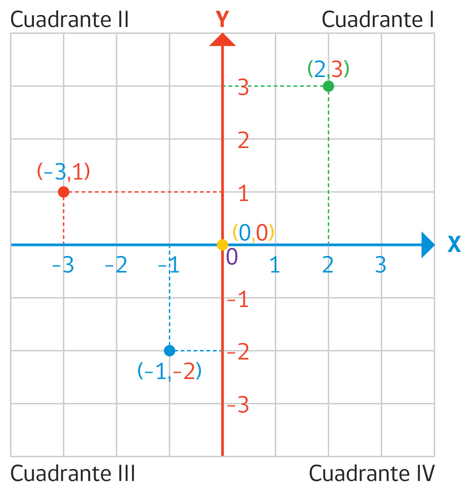
Recordemos... el plano cartesiano

Está formado por un par de rectas perpendiculares graduadas llamadas ejes coordenados, que se intersecan en un punto denominado origen del sistema, al que le corresponde el cero en cada recta. Con estos dos ejes, el plano queda dividido en 4 sectores llamados cuadrantes que se designan con los números romanos I, II, III y IV. Los ejes reciben el nombre de eje x o eje de las abscisas, eje y o eje de las ordenadas.

La posición de cada punto del plano queda determinada por un único par ordenado de números reales (coordenadas del punto).

Ejes coordenados: Eje *x* (abscisa) Eje *y* (ordenada)

Coordenadas de un punto *P* esta definido por el par ordenado (*x*, *y*)



a. Completa las coordenadas de los puntos destacados en la recta roja.

b. ¿Cuál(es) de los siguientes puntos pertenece(n) a la recta azul? si/no

A (-2, 1) ______________

B (2, 1) ______________

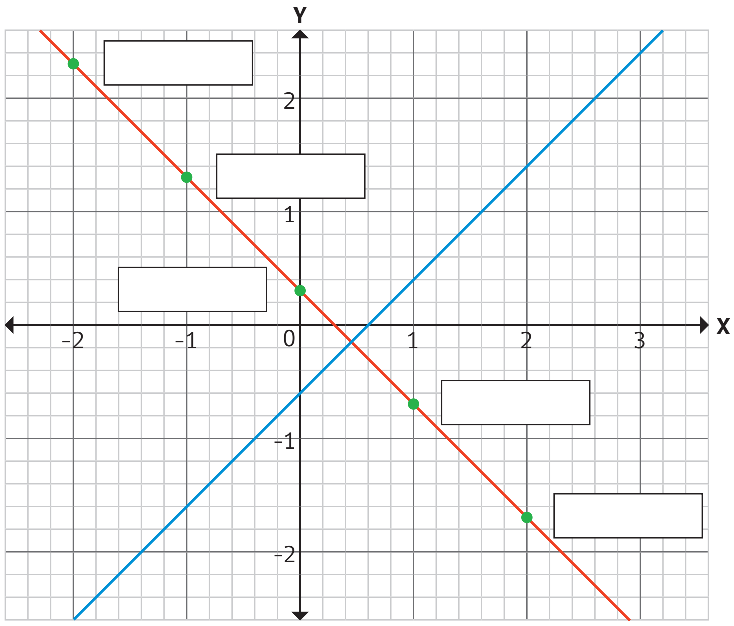
C (3, 2) ______________

D (-1, 0) ______________

E (-2, -1) ______________

F (0, -1) ______________

G (-1, -2) ______________



115492 1°M MAT.pdf 83
03-07-24 15:58

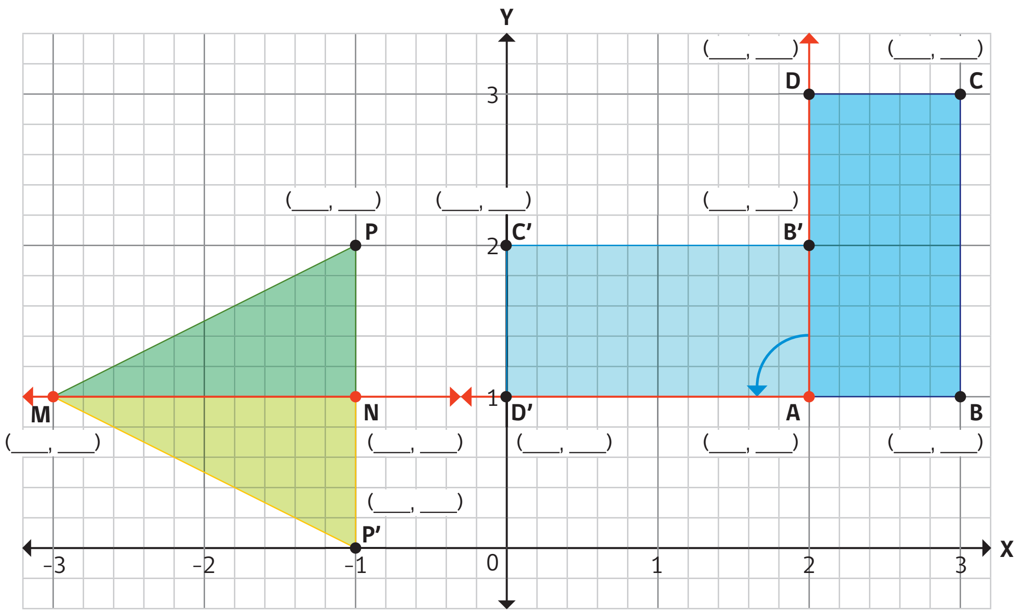
Concepto de Rotación

Una rotación es el movimiento de giro que se le aplica a una figura o cuerpo geométrico sobre un punto o recta fija. El movimiento de rotación se aplica de acuerdo a un ángulo de giro en **sentido positivo** (giro contrario de las agujas del reloj) o en **sentido negativo** (giro de las agujas del reloj), permitiendo que la figura o cuerpo no cambie de tamaño ni forma solo de posición.

La notación matemática para la rotación es R (centro, ángulo de rotación), donde el centro es el punto de rotación y el ángulo de rotación esta dado en grados.

Actividad 7

Observa la rotación que se aplica al rectángulo ABCD de centro A en 90° o R(A, 90°)



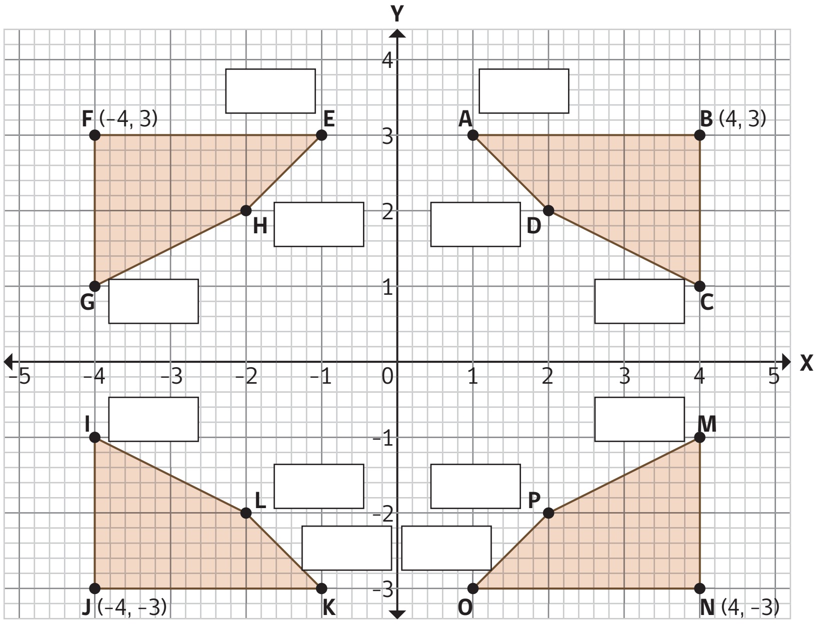
1. Completa las coordenadas de los vértices en las figuras anteriores y responde:

   a. ¿Sobre qué elemento geométrico (recta o punto) se rota el triángulo PMN para obtener el triángulo P'MN?

   b. ¿En cuántos grados se realiza el giro del triángulo PMN para obtener el triángulo P'MN?

Los efectos del movimiento de rotación están presentes en nuestras actividades diarias por ejemplo la forma en que se comporta el agua en un desagüe, la dirección en la que giran las ruedas de un vehículo en movimiento, la rotación de los planetas del sistema solar, alrededor de sus ejes generando los días y las noches.

2. Observa las rotaciones que se han aplicado al polígono ABCD respecto de los ejes coordenados x e y. Completa las coordenadas que faltan.



a. Al comparar los vértices correspondientes de la figura original ABCD y la resultante, ¿observas alguna regularidad? Explica

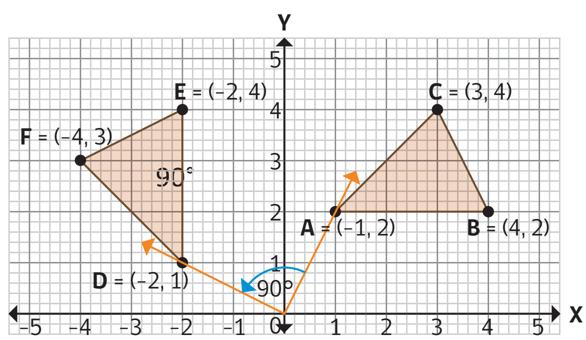
Polígono ABCD y el EFGH del cuadrante II se mantiene ______________________________

Polígono ABCD y el KJIL del cuadrante III se mantiene ______________________________

Polígono ABCD y el ONMP del cuadrante IV se mantiene ______________________________

Rotaciones en el plano cartesiano

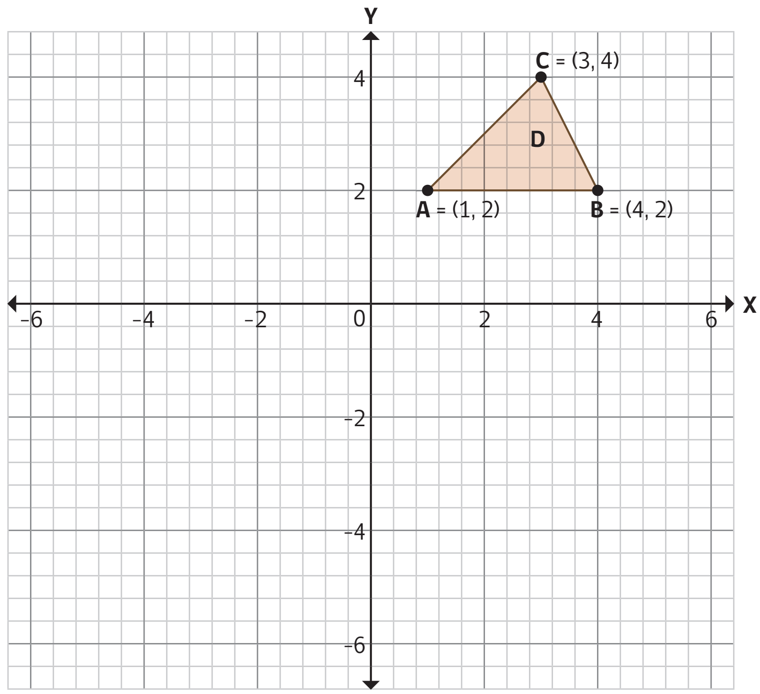
Estudiaremos giros en el plano cartesiano en ángulos de 90°, 180° y 270°
La regla general para la rotación de un objeto **entorno al origen en 90°** es que cada punto de coordenadas **(x,y)** se transforma en el punto **(–y, x)** Observa en el siguiente ejemplo los vértices de la imagen original A(1, 2), B (4,2) y C (3,4) se transforman en D(–2, 1), E(–2,4) y F(–4,3)



3. La regla general para la rotación de un objeto **entorno al origen en 180°** es que cada punto de coordenadas **(x, y)** se transforma en el punto **(–x, –y)**

Si los vértices de la imagen original son A(1,2), B(4,2) y C(3,4). Dibuja en el plano la figura rotada en 180° indicando sus nuevos vértices.

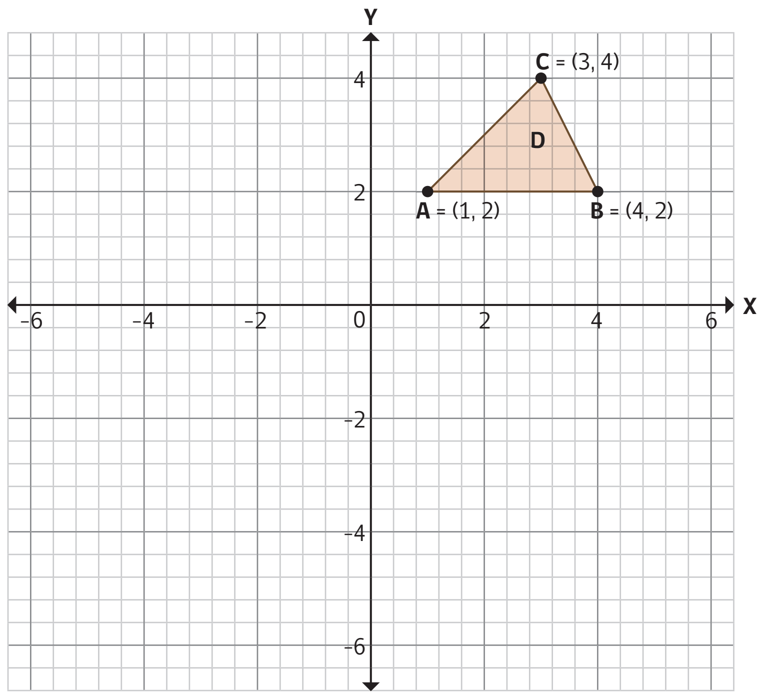
¿En qué cuadrante del plano cartesiano quedó?



4. La regla general para la rotación de un objeto **entorno al origen en 270°** es que cada punto de coordenadas **(x, y)** se transforma en el punto **(y, –x)**

Si los vértices de la imagen original son A(1, 2), B (4,2) y C (3,4). Dibuja en el plano la figura rotada en 270° indicando sus nuevos vértices.

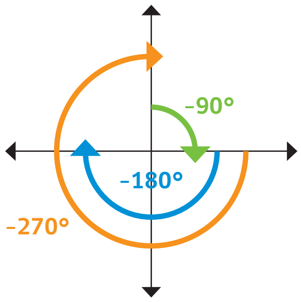
¿En qué cuadrante del plano cartesiano quedó?



115492 1°M MAT.pdf 86

03-07-24 15:58

Las reglas generales para la rotación entorno al origen con ángulos negativos son las siguientes:

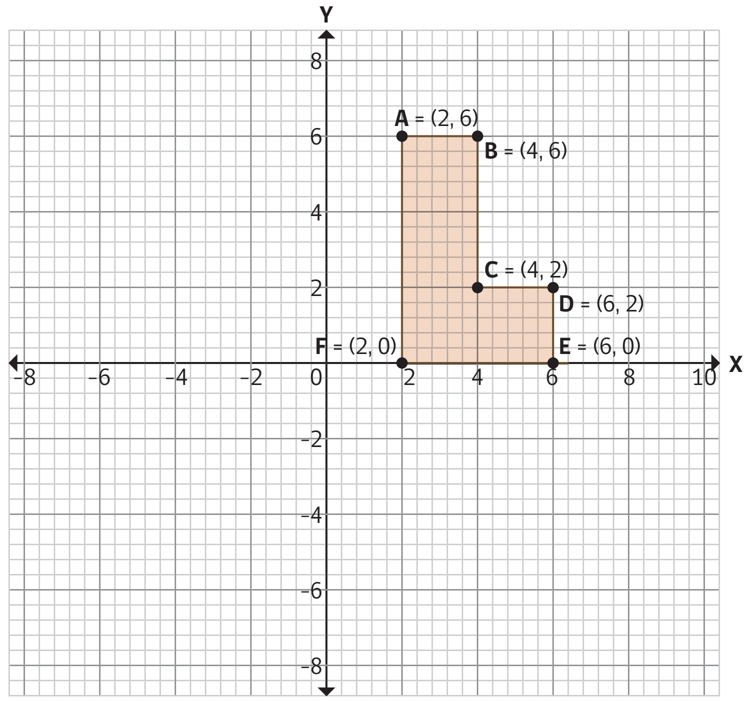


-90°. Un punto (x, y) se gira en -90° se transforma en $(y, -x)$

-180°. Un punto (x, y) se gira en -180° se transforma en $(-x, -y)$

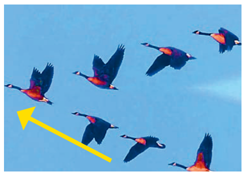
-270°. Un punto (x, y) se gira en -270° se transforma en $(-y, x)$

5. En el siguiente plano cartesiano gira entorno al origen y en los ángulos -90°,-180° y -270° el polígono ABCDEF.



Descubriendo traslaciones

En grupo observen las siguientes imágenes y respondan las preguntas:



Vuelo de un ganso

Traslado de un automóvil

Vuelo de un avión

Cerámicas en una muralla

a. ¿Qué tipo de movimiento muestran las imágenes?

b. Observen cada una de los objetos e imaginen que se comienzan a desplazar. Describe en cada situación la dirección (arriba, abajo, derecha, izquierda) y sentido del desplazamiento.

El vuelo de un ganso ______________________________

Traslado del automóvil ______________________________

Vuelo de un avión ______________________________

Cerámicas en una muralla ______________________________

Averigua con tu grupo en qué otras situaciones de la vida real se observa este tipo de movimiento registra al menos 3 ejemplos

____

____

____

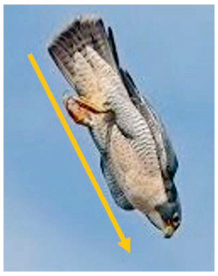
Junto a tu grupo realicen la siguiente actividad "quieres invitar a un amigo a tu casa, describe en pasos sencillos la ruta desde donde se encuentran".

115492 1°M MAT.pdf 88 03-07-24 15:58

Recordemos vectores

Si en la descripción para llegar a un lugar nos indican que debemos caminar 2 km en línea recta, lo más probable es que no podamos llegar a la dirección correcta, necesitamos más orientación. A este tipo de dato se conoce con el nombre de **magnitud escalar,** es decir, la propiedad de un fenómeno que puede ser medido mediante un valor (2) y la unidad de medida correspondiente (kilómetros), por ejemplo, la longitud (m), el tiempo (*s*), la masa (*g*) y temperatura (°C). Sin embargo, si a esta descripción agregamos puntos de referencia e indicamos que debe desplazarse en el plano hacia arriba o hacia abajo, hacia la derecha o la izquierda, estamos frente a una **magnitud vectorial,** es decir, donde además del valor y la unidad se necesitan una dirección y un sentido para expresarla claramente, por ejemplo:

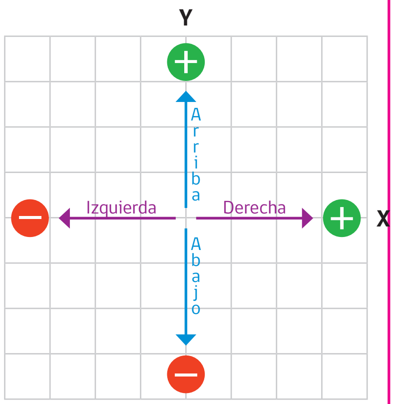
La **velocidad** que relaciona el cambio de posición (o desplazamiento) con el tiempo, por ejemplo, la velocidad que alcanza un halcón peregrino al perseguir su presa en picada (390 km/h)

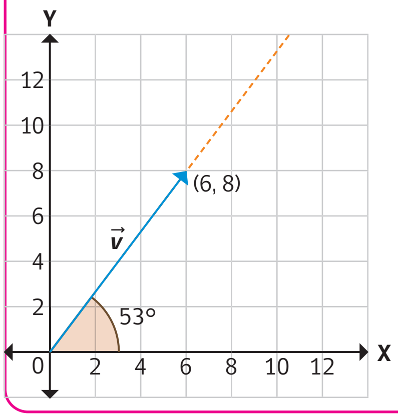


La fuerza de gravedad que sentimos cuando nuestro planeta Tierra nos atrae a su centro.

Para representar este desplazamiento se usa una flecha en el plano que indicará el sentido, dirección y longitud de este. Esta flecha se conoce con el nombre de **vector**.

Un vector en el plano cartesiano se define mediante un par ordenado (x,y) que son los **componentes** del vector. Donde la componente "x" representa el desplazamiento horizontal, positivo hacia la derecha y negativo hacia la izquierda, y la componente "y" representa el desplazamiento vertical, positivo hacia arriba y negativo hacia abajo.





Los vectores se denotan con una letra minúscula y una flecha sobre ella o bien la letra del punto de inicio seguida de la letra del punto de término del vector y una flecha sobre ella.

Por ejemplo, el **vector** de componentes 6 y 8 denota como $\vec{v}$ o bien $\vec{v} = (6,8)$.

115492 1°M MAT.pdf 89 03-07-24 15:58

¿Características principales de un vector?

Magnitud o modulo: indica la longitud del vector y corresponde a la distancia entre el punto inicial "O" y el punto final del vector "A". Notación $|\overrightarrow{OA}|$

Dirección: indica la inclinación de la flecha con respecto a una recta horizontal. Los vectores pueden tener igual dirección, pero distinto sentido.

Sentido: indica hacia donde se realiza el desplazamiento indicado por la cabeza de la flecha.

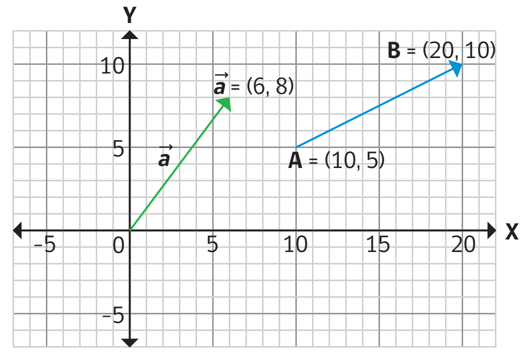
¿Cómo calcular las componentes?

Las componentes de un vector $\vec{v}$ que va desde el punto $A(x_1, y_1)$ hacia $B(x_2, y_2)$ están dadas por $(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$.

En el ejemplo adjunto el vector que va de A (10,5) a B(20,10) sus componentes son (20 — 10,10 — 5) = (10, 5)

¿Cómo calcular la magnitud?

La magnitud de un vector $\vec{a}$ de componentes (x, y) esta dado por $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$. En el ejemplo $|\vec{a}| = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$.



1. Observa los vectores:

a. ¿Cuáles tienen igual magnitud? ____________________

____

b. ¿Cuáles tienen igual dirección? ____________________

____

c. ¿Cuáles tienen igual sentido? ____________________

____

d. Determina los componentes:

$\vec{v}$ = (_______, _______)

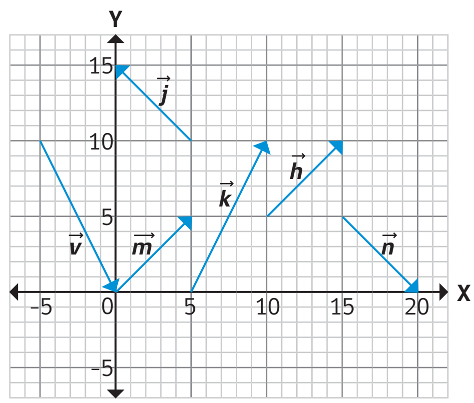
$\vec{m}$ = (_______, _______)

$\vec{j}$ = (_______, _______)

$\vec{k}$ = (_______, _______)

$\vec{h}$ = (_______, _______)

$\vec{n}$ = (_______, _______)



Dos vectores son equivalentes si tienen la misma magnitud, sentido y dirección.

115492 1°M MAT.pdf 90
03-07-24 15:58

Concepto de Traslación

Como hemos podido observar en las actividades anteriores, el desplazamiento de una figura plana en la cual se conserva la forma, orientación y medidas, se le denomina traslación. Cuando trasladamos un punto o una figura en el plano cartesiano, debemos indicar el sentido, dirección y magnitud del vector mediante el cual se está realizando la traslación.

En general tenemos que si un punto $P(x, y)$ se traslada según un vector $\vec{v} = (a, b)$, resulta un punto $\boldsymbol{P'(x + a, y + b)}$.

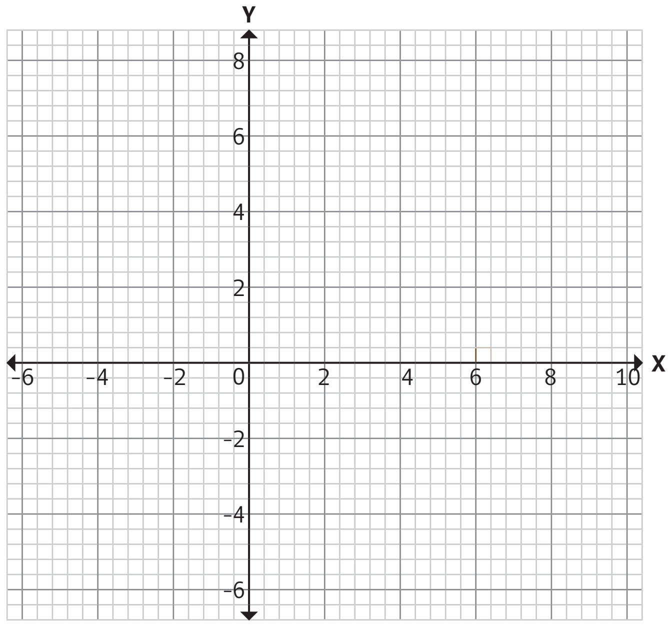
Actividad 8

1. Realiza los siguientes ejercicios ubicando los puntos y trazando los vectores en cada caso.

a. Si el punto $P(2, 4)$ se traslada dos unidades a la derecha y luego una unidad hacia abajo, ¿qué punto se obtiene?

____

____



b. ¿Cuáles son las componentes del vector de traslación que mueve el punto $P(-4, 4)$ hasta la posición $Q(2, -4)$?

____

____

c. Al punto (4, 5) se le aplica una traslación, obteniéndose el punto (7, 4). Si al punto (–4, 6) se le aplica la misma traslación, ¿qué punto se obtiene?

____

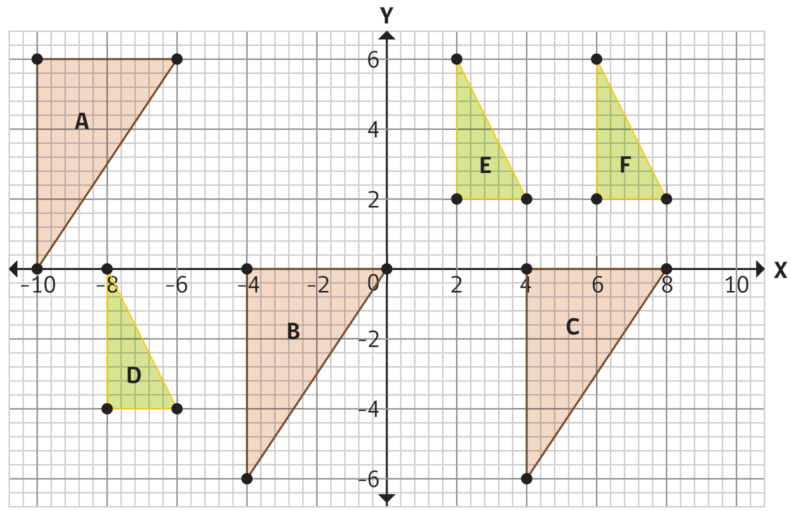
____

d. Las coordenadas de los puntos A y B son (3, 4) y (5, –3) respectivamente. Si el segmento $\overline{AB}$ se traslada según el vector (3, –6), ¿cuáles son las nuevas coordenadas? Explica.

115492 1°M MAT.pdf 91

03-07-24 15:58

2. Determina el vector traslación que se ha aplicado a las siguientes figuras geométricas.



a. Del triángulo A para obtener el triángulo C ____

b. ¿Es el mismo vector que habrá que aplicar al triángulo C para obtener el triángulo A? Explica.

____

____

c. Del triángulo C para obtener el triángulo B ____

d. Del triángulo D para obtener el triángulo E ____

e. Del triángulo D para obtener el triángulo F ____

f. Del triángulo E para obtener el triángulo F ____

3. Se ha trasladado un cuadrilátero *ABCD* según el vector (–2, –2), y se han obtenido las siguientes coordenadas: $A'(1, 8)$, $B'(0, 5)$, $C'(3, 5)$ y $D'(6, 10)$. ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices del cuadrilátero original que se trasladó?

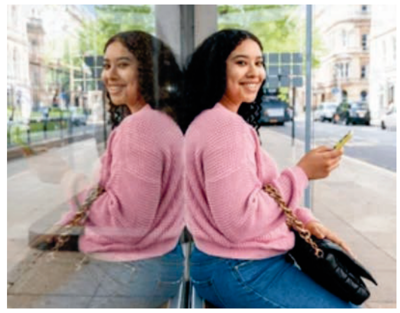
4. El segmento $\overline{AB}$ de extremos $A(1, 4)$ y $B(4, 1)$ se traslada según el vector (4, 3) y se obtiene el segmento $\overline{A'B'}$. Luego se traslada el segmento $\overline{A'B'}$ según el vector (5, –2) y se obtiene el segmento $\overline{A''B''}$. ¿Cuál es el vector que permite trasladar el segmento $\overline{AB}$ hasta el segmento $\overline{A''B''}$? Explica.

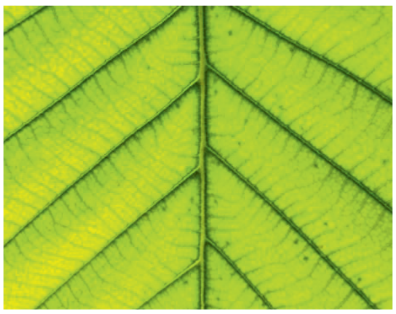
115492 1°M MAT.pdf 92

03-07-24 15:58

Descubriendo reflexiones

Observa las siguientes imágenes y responde las preguntas:





a. ¿Qué observa en las imágenes? Comenta con tu grupo

b. Describe cada situación:

I. El volcán ______________________________

II. La joven ______________________________

III. La hoja ______________________________

IV. Las alas de la mariposa ______________________________

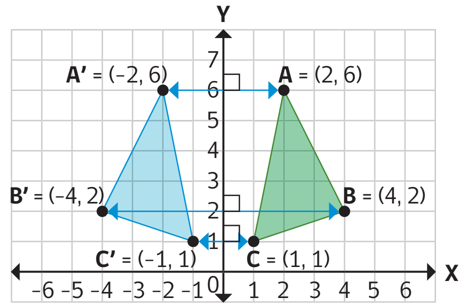
Averigua en qué otras situaciones de la vida real se observa este fenómeno. Conversa con tu grupo y registra al menos 3 ejemplos

115492 1°M MAT.pdf 93 03-07-24 15:58

Concepto de Reflexión

En una **reflexión** o simetría axial, cada punto de la figura se refleja respecto de una línea recta llamada **eje de simetría**, de tal forma, que la distancia desde un punto cualquiera de la figura al eje de simetría debe ser igual que la distancia de su imagen a ese eje. En una reflexión, el segmento que une un punto cualquiera con su imagen es perpendicular al eje de simetría.

Observa el ejemplo, al triángulo ABC se le ha aplicado una reflexión respecto del eje y (eje de simetría) obteniendo como imagen el triángulo A'B'C'.



En general, cuando se aplica una reflexión respecto a los ejes coordenados se tienen los siguientes casos:

si un punto ***P***(***x***, ***y***) se refleja respecto del **eje x** resulta un punto ***P'***(***x***, −***y***)

si un punto ***P***(***x***, ***y***) se refleja respecto del **eje y** resulta un punto ***P'***(−***x***, ***y***)

Actividad 9

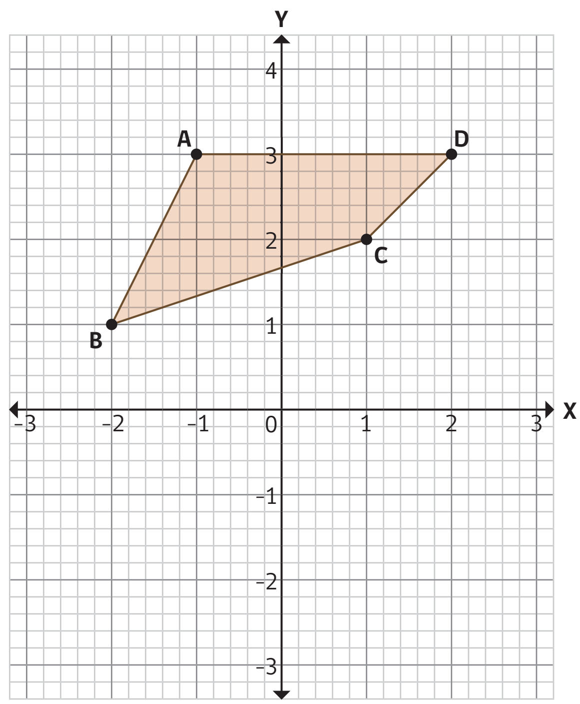
1. Aplica al polígono ABCD una reflexión respecto del **eje *x*** completando las coordenadas de sus vértices:

A' (_______, _______)

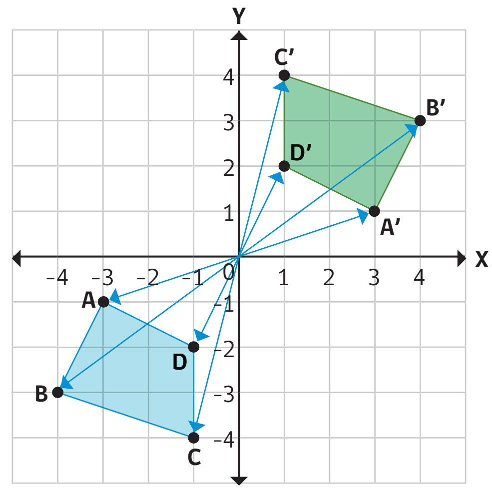
B' (_______, _______)

C' (_______, _______)

D' (_______, _______)



2. Al cuadrilátero ABCD se le aplicó una reflexión respecto del punto de reflexión O(0,0) Completa las coordenadas de sus vértices y los puntos del cuadrilátero imagen A'B'C'D'.



A (_______, _______)

A' (_______, _______)

B (_______, _______)

B' (_______, _______)

C (_______, _______)

C' (_______, _______)

D (_______, _______)

D' (_______, _______)

a. ¿Al comparar los vértices de las figuras que puedes afirmar?

b. El punto *H*(5, 3) se refleja respecto del punto de reflexión *O*(0,0) ¿qué punto resulta?

c. El punto *M*(-3, -5) se refleja respecto del punto de reflexión *O*(0,0) ¿qué punto resulta?

d. El punto *N*(-7, 2) se refleja respecto del punto de reflexión *O*(0,0) ¿qué punto resulta?

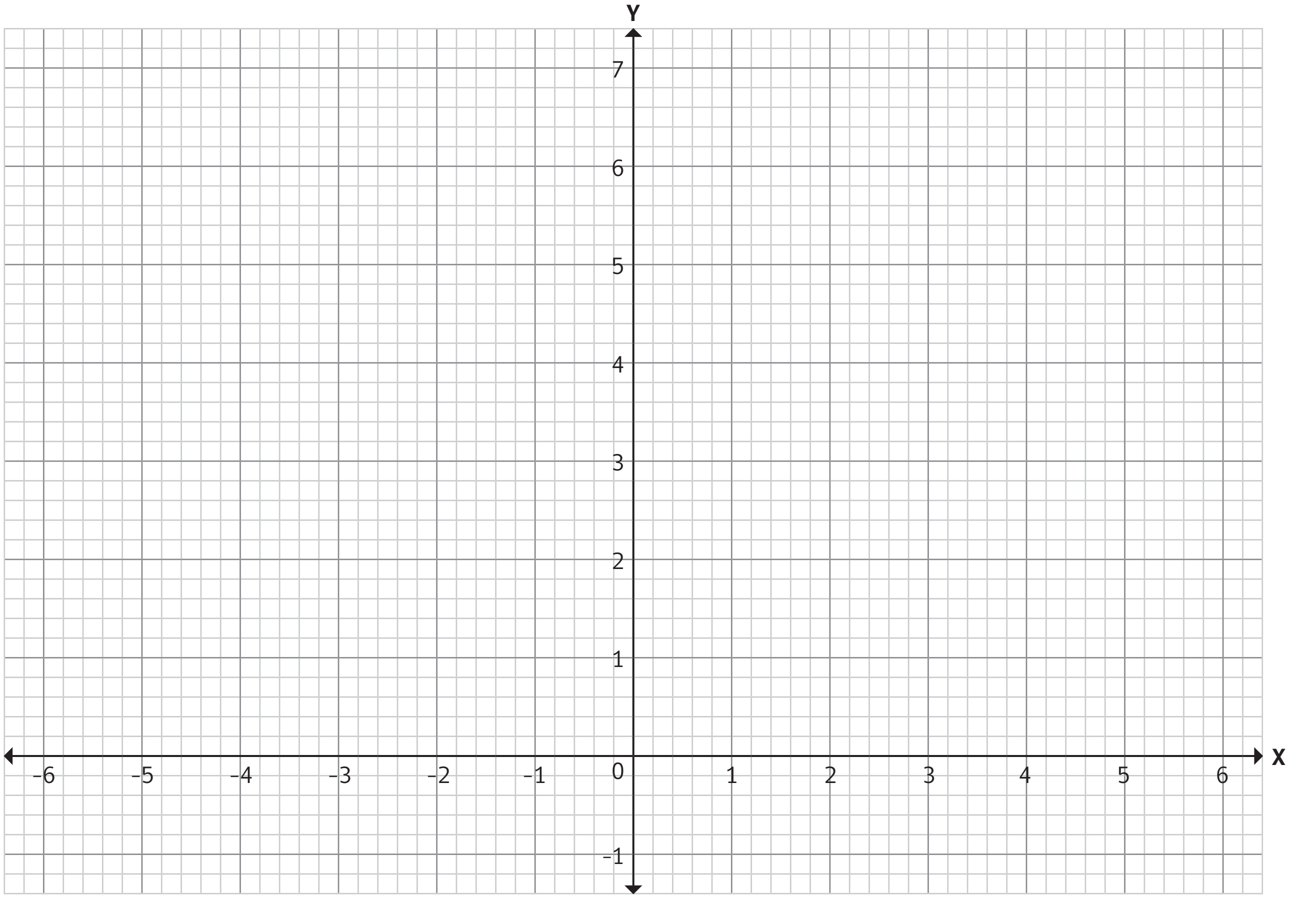
e. El punto *S*(6, -8) se refleja respecto del punto de reflexión *O*(0,0) ¿qué punto resulta?

f. ¿Cuál es la imagen del punto *P*(3, -4) luego de aplicarle una reflexión con respecto al eje *X*?

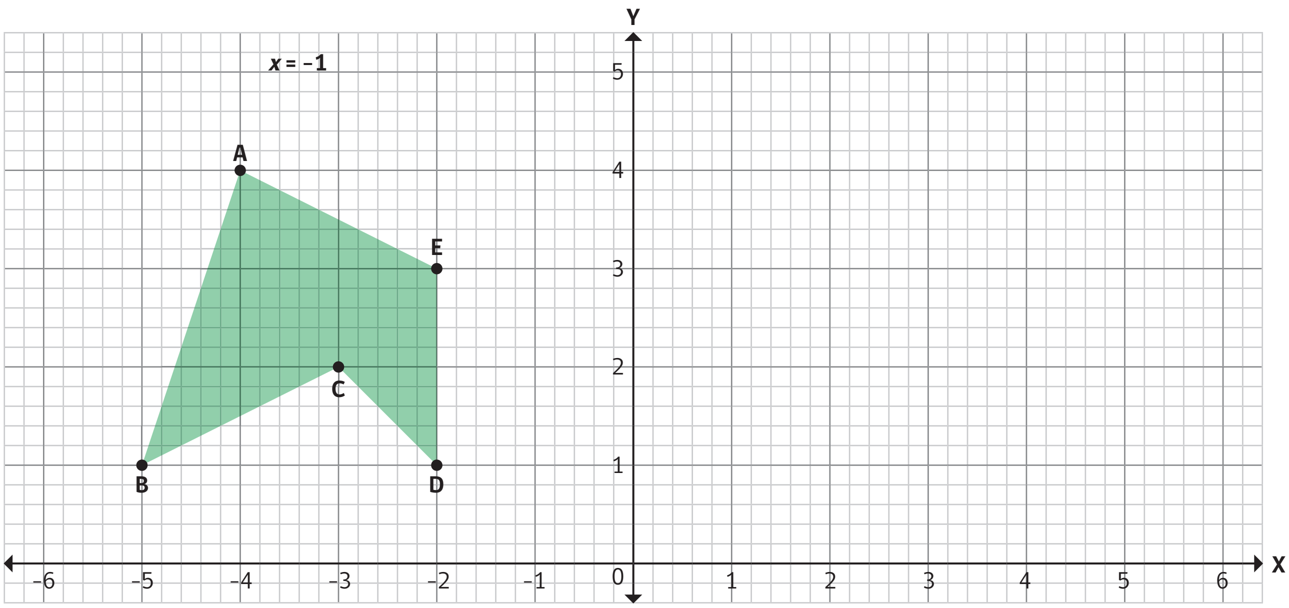
g. ¿Y respecto al eje *Y*?

115492 1°M MAT.pdf 95
03-07-24 15:58

3. Realiza en el siguiente plano cartesiano una reflexión respecto al eje *y* al triángulo de vértices *P*(–1, 2); *Q*(–3, 5) y *R*(–6, 6). Escribe las coordenadas de los vértices del triángulo imagen *P'Q'R'*..



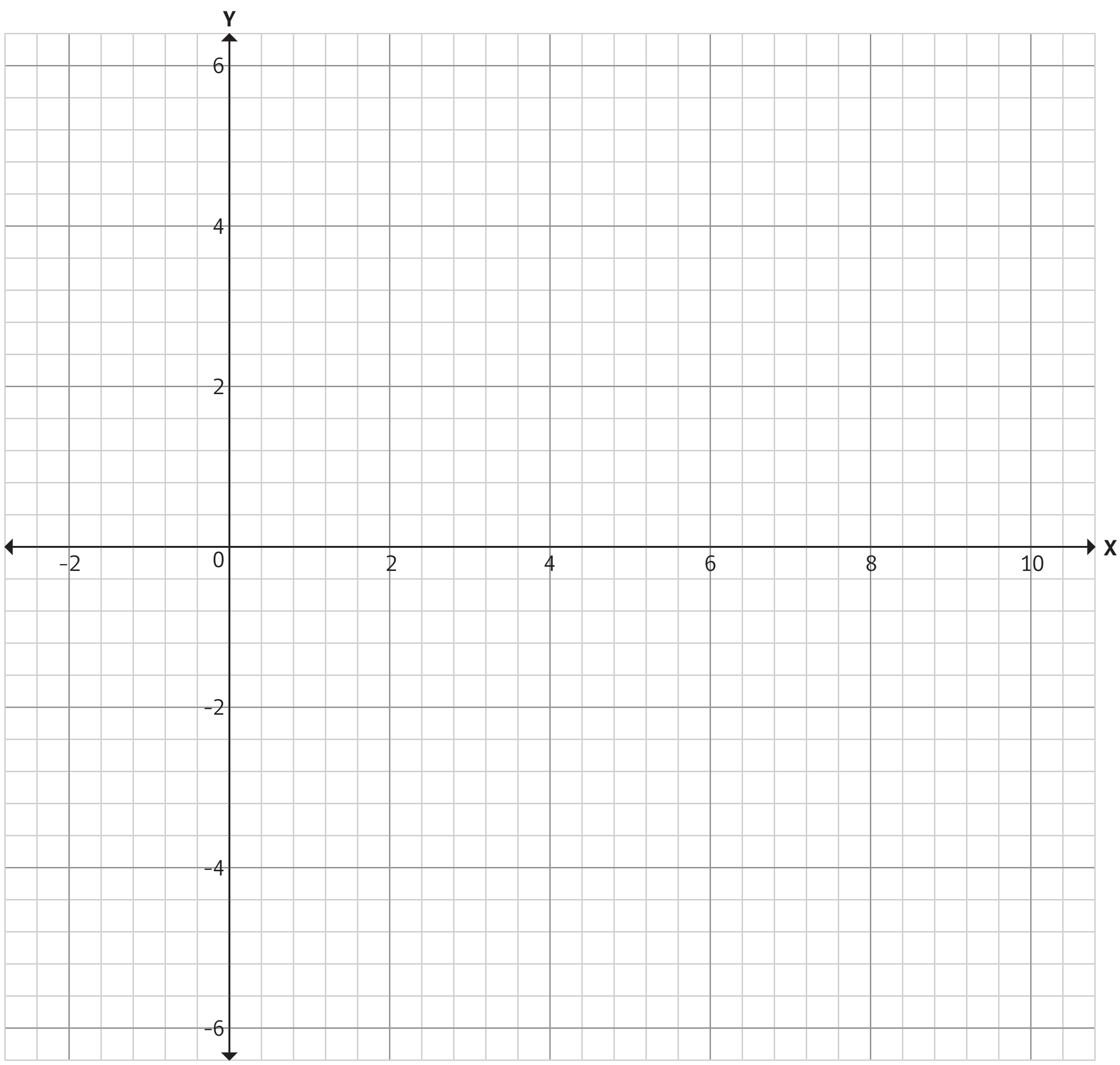
4. Aplica una reflexión al siguiente polígono con respecto a la recta $x = -1$



115492 1°M MAT.pdf 96
03-07-24 15:58

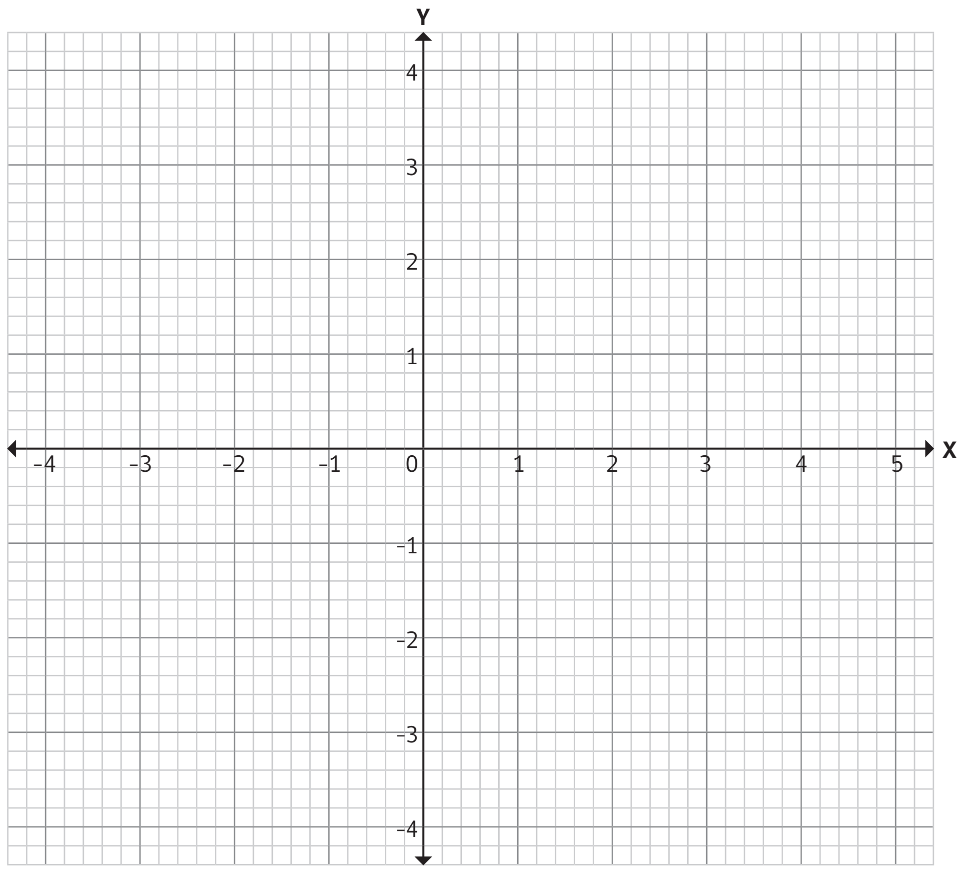
5. Al punto *P*(1, –3) se le aplica una simetría con respecto al eje *y* obteniéndose el punto *Q*, y luego al punto *Q* se le aplica una simetría con respecto al eje *x* obteniéndose el punto *R*. ¿Cuáles son las coordenadas de *R*? Explica.

6. El triángulo de coordenadas *A*(2, 3), *B*(5, 2) y *C*(3, 5) se refleja en torno a la recta *y* = 1. ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices del nuevo triángulo? Realiza la reflexión en el siguiente plano cartesiano.



115492 1°M MAT.pdf 97
03-07-24 15:58

En parejas resuelvan los siguientes desafíos, usando el siguiente plano cartesiano.



a. ¿Cuál es el punto simétrico del punto $A(1, 1)$ respecto de la recta $y = x$?

b. ¿Y de la recta $y = -x$? ¿Qué observas? Explica y describe.

7. Sea A un punto del primer cuadrante; K el reflejo de A respecto al eje x. Si M es el reflejo de K respecto al eje y, entonces $\overline{MK}$ es un segmento:

- ☐ Paralelo al eje x.
- ☐ Paralelo al eje y.
- ☐ Perpendicular al eje x.
- ☐ De la bisectriz del primer cuadrante.
- ☐ De la bisectriz del segundo cuadrante.

115492 1°M MAT.pdf 98

03-07-24 15:58

Resolviendo problemas

Actividad 10

1. La artesanía está ligada a la arquitectura, la escultura y la pintura. Los artesanos utilizan técnicas y materiales para la decoración de objetos, tanto de la vida cotidiana (vasijas, platos, tejidos, alfombras, etc.) como para situaciones excepcionales (rejas, vidrieras, objetos litúrgicos, murales, etc.) haciendo todavía objetos a mano con una fuerte intención estética. En la historia la artesanía ha sido conocida como el arte destinado a embellecer espacios y objetos.

Comprueba si las siguientes imágenes constituyen una reflexión determinando el punto de reflexión o el eje de simetría. Comenta con tu grupo cada caso, dejando registro en la cuadrícula.

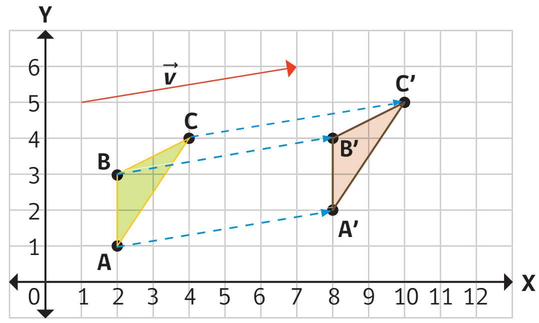
115492 1°M MAT.pdf 99 03-07-24 15:58

2. En el plano la figura ABC ha sido trasladada para obtener la figura A'B'C'. Completa las siguientes afirmaciones:

a. El vector traslación $\vec{v}$ tiene por componentes a (_______, _______)

b. ¿Cómo es el área del triángulo ABC con el área del triángulo A'B'C'?

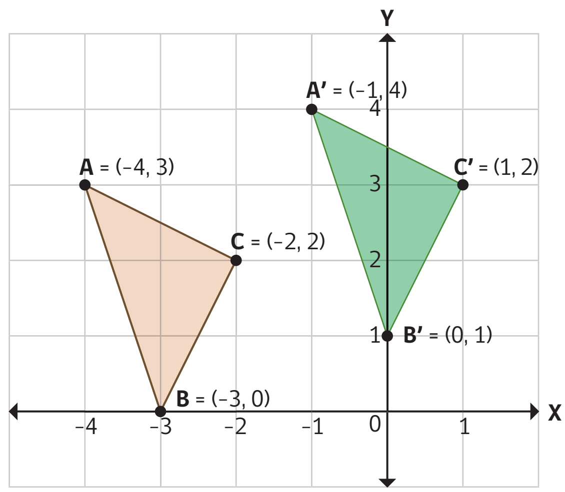
c. Es correcto afirmar que al aplicar una traslación al triángulo ABC según el vector traslación $T_1(-1,-6)$ y a continuación aplicar otra según el vector traslación T_2 (–6, 9) se obtiene triángulo A'B'C'. Explica



3. Observa las coordenadas de los vértices en las siguientes figuras:

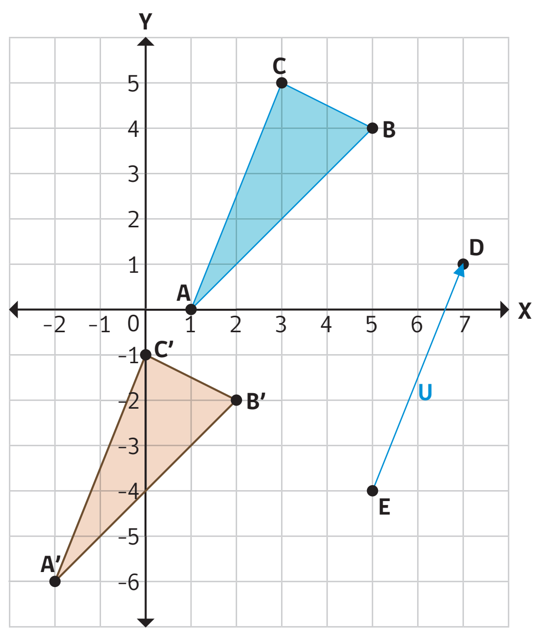
a. ¿Qué coordenadas tiene el vector traslación que se aplicó al triángulo ABC para obtener el triángulo A'B'C'?

b. Aplica al menos dos vectores traslación T_1 y T_2 para que el vértice A' tenga coordenadas (1, 1). Compara tu respuesta con el grupo de trabajo.

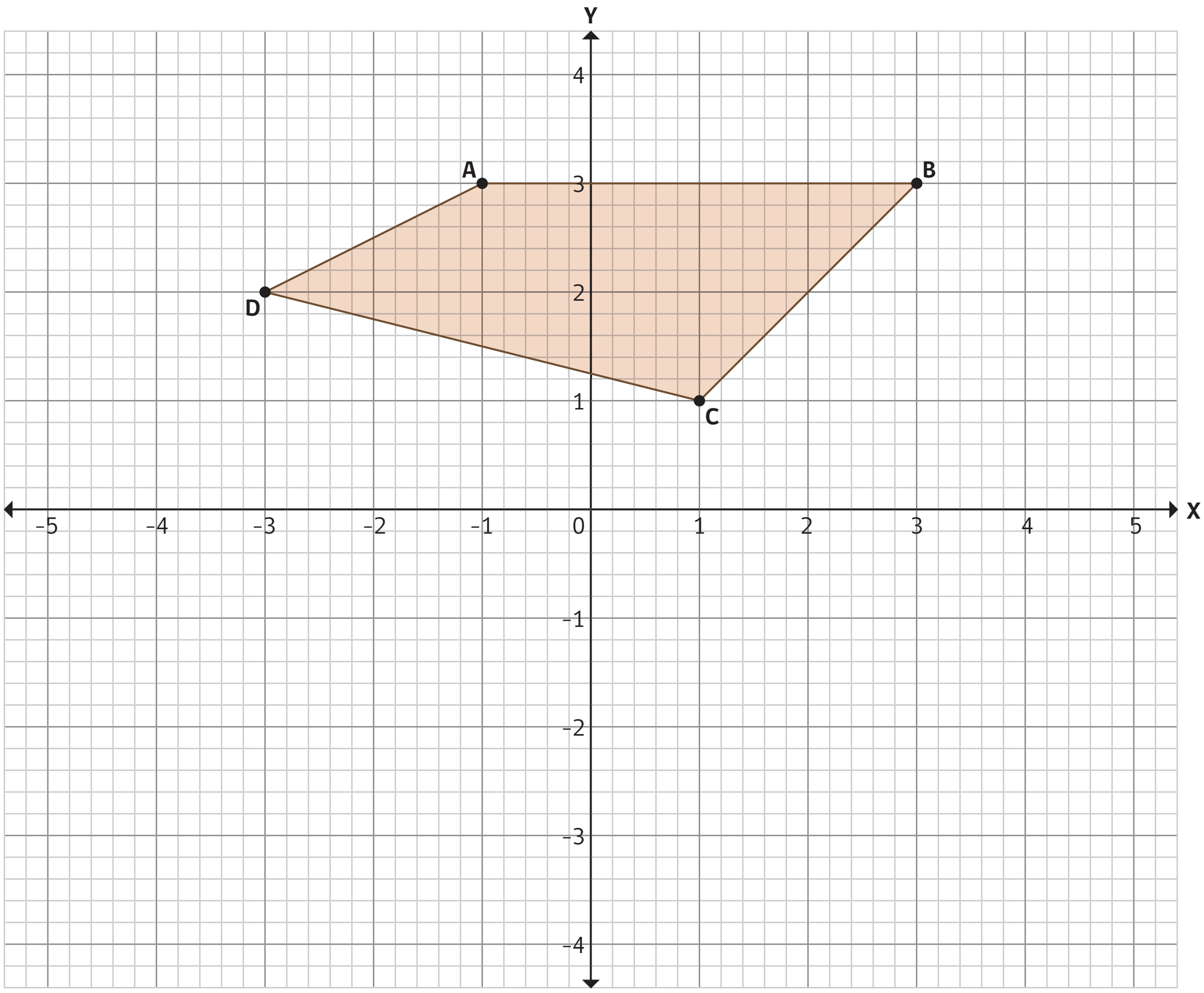


4. ¿Qué coordenadas tiene el vector traslación que se aplicó al triángulo ABC para obtener el triángulo A'B'C'?

¿Qué coordenadas debería tener el vector traslación para que el triángulo resultante vuelva a su posición original?

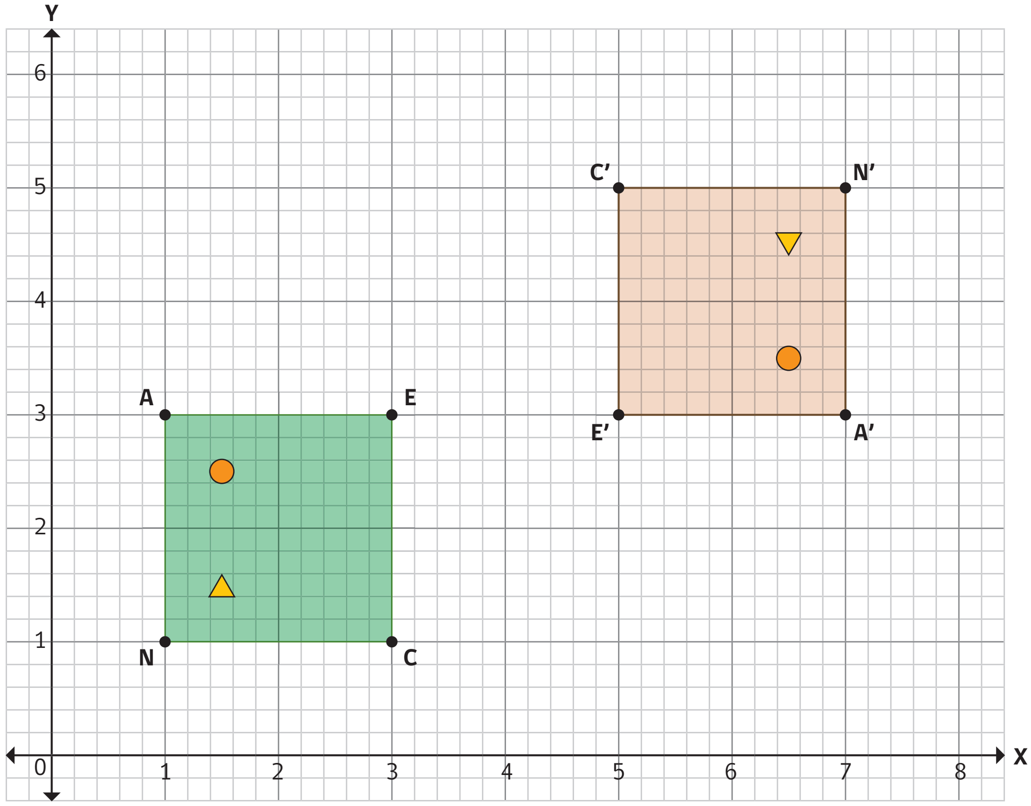


5. Al aplicar el vector traslación $T(3,-3)$ a los vértices del cuadrilátero A'B'C'D' resulta un nuevo cuadrilátero de vértices ABCD ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices de la figura original? Dibújala.



115492 1°M MAT.pdf 101
03-07-24 15:58

6. Observa la siguiente imagen y responde las preguntas:



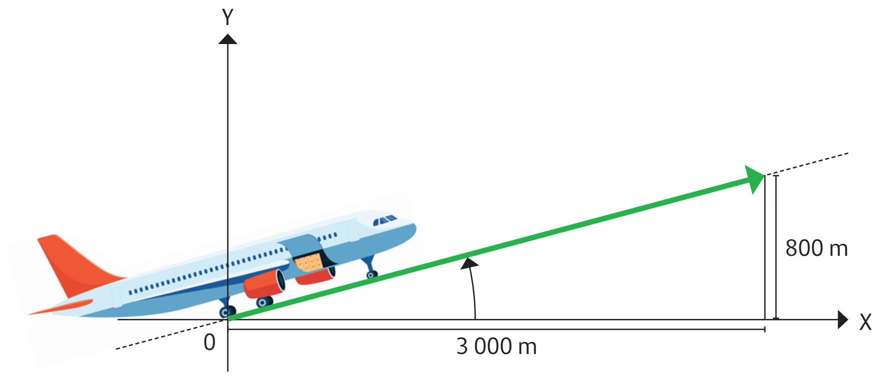
Averigua que transformaciones isométricas se aplicaron al cuadrado ANCE para transformarse en el cuadrado A'N'C'E'

Para reforzar puedes revisar la siguiente página.

https://www.geogebra.org/m/R6wvhqYv

115492 1°M MAT.pdf 102 03-07-24 15:58

7. Observa la siguiente imagen:



Considerando los datos, ¿cuántos metros ha recorrido el avión cuando está a 800 m de altura?

Autoevaluación

Marca con un ✓ la categoría que mejor te represente:

TAREA	No entendí	Lo hice	Lo explico
Determino propiedades de figuras semejantes (Actividad 1, 3)			
Calculo a partir de las medidas de un modelo, las medidas de un objeto real, y viceversa (Actividad 2, 4, 5, 6)			
Identifico y aplico rotaciones a figuras geométricas según un ángulo o eje de rotación dado (Actividad 7)			
Identifico y aplico traslaciones a figuras geométricas según un vector (Actividad 8)			
Identifico y aplico reflexiones a figuras geométricas según un eje de simetría o punto de reflexión (Actividad 9)			
Reconocer transformaciones isométricas dadas en el plano, identificando puntos importantes, como vector de traslación, centro de rotación, ángulo de rotación, eje o punto de reflexión (Actividad 10)			

Nota: Si marcaste 2 o más ✓ en la columna "no lo entendí", pide ayuda a tu profesor, vuelve a revisar los ejemplos y ejercicios propuestos.

115492 1°M MAT.pdf 103

03-07-24 15:58

Síntesis de la unidad

Transformaciones isométricas

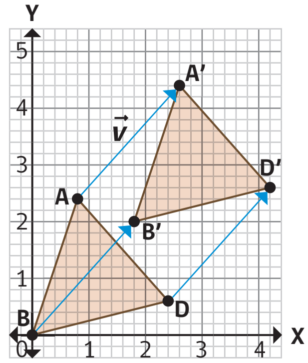
Son cambios de posición u orientación de una figura que no alteran ni la forma ni el tamaño, conservando la magnitud de los segmentos y los ángulos entre la figura original y la transformada obteniendo así figuras congruentes.

Traslación

Permite **desplazar** en línea recta todos los puntos de una figura en una **misma dirección** (horizontal, vertical u oblicua), **distancia** (longitud que hay desde la posición inicial hasta la final de cualquier punto que se desplaza) y **sentido** (izquierda, derecha, arriba o abajo).

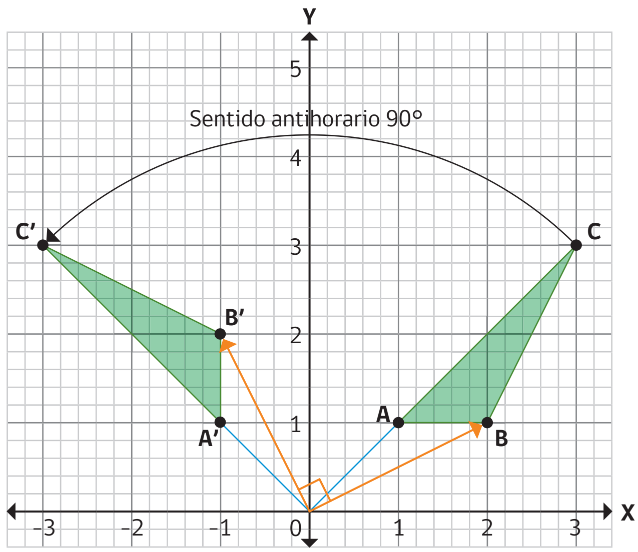
En un plano cartesiano la traslación queda definida por un vector traslación $\vec{v}(a, b)$, que indica el desplazamiento del punto inicial.

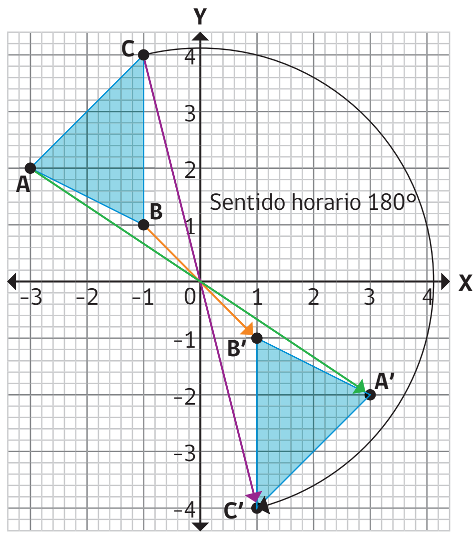
Es decir $P(x, y) + \vec{v}(a, b) = P'(x + a, y + b)$.



Rotación

Permite girar, siguiendo un arco, todos los puntos de una figura según un punto fijo (centro de rotación) y un ángulo de giro positivo (sentido antihorario) o negativo (sentido horario).





Rotación en (0,0)	Punto inicial	$R(0, 90°)$	$R(0, 180°)$	$R(0, 270°)$
positiva	(x, y)	$(-y, x)$	$(-x, -y)$	$(y, -x)$

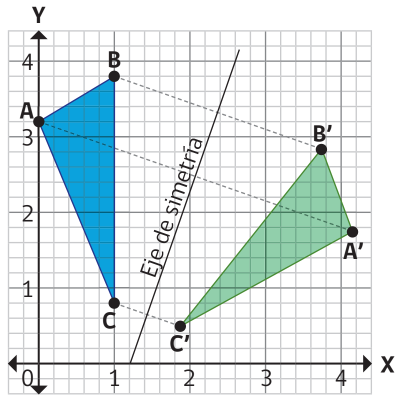
Rotación en (0,0)	Punto inicial	$R(0, -90°)$	$R(0, -180°)$	$R(0, -270°)$
negativa	(x, y)	$(y, -x)$	$(-x, -y)$	$(-y, x)$

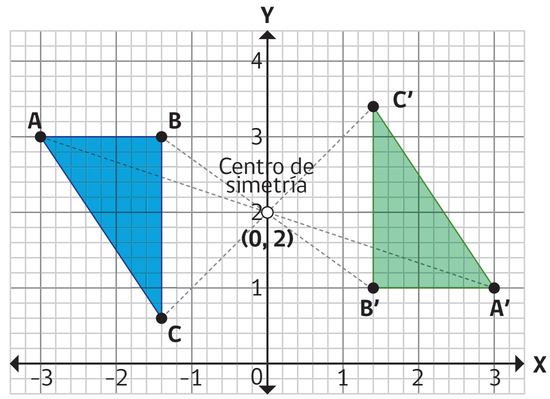
115492 1°M MAT.pdf 104 03-07-24 15:58

Reflexión

Transformación isométrica donde cada punto de la figura original se asocia a otro punto (imagen) de la figura homóloga, de tal forma que el punto y su imagen se encuentran a la misma distancia de una recta (eje de simetría) o de un punto (punto de simetría).

La reflexión transforma una figura en otra igual en sentido inverso, como se puede observar en las siguientes imágenes:





Cada punto de la figura inicial se asocia a otro punto de la imagen y estos se encuentran a la misma distancia del eje de simetría. Sus características:

- El segmento que une un punto con su imagen es perpendicular al eje de simetría.
- Las figuras cambian de sentido respecto al giro o sentido horario.

Cada punto de la figura original y su imagen se encuentran a la misma distancia del punto O, centro de simetría. Sus características:

- Tanto el punto como su imagen y centro pertenecen a una misma recta.
- Con una rotación de 180° de centro O se obtiene una figura igual a la original.
- Los trazos de la figura inicial son paralelos con los trazos de la figura formada.
- El sentido de la figura no cambia, siempre será en sentido horario.

Semejanza

Está relacionado con el concepto de proporcionalidad, se dice que dos objetos son semejantes si existe una relación de proporción entre ellos. Por ejemplo, un mapa es una representación semejante a una porción del globo terráqueo, para que las medidas que se tomen sobre él sean lo más cercanas a su valor real. Estas figuras tienen la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño; podríamos decir que la figura semejante corresponde a una “ampliación” o “reducción” de la figura original.

115492 1°M MAT.pdf 105
03-07-24 15:58

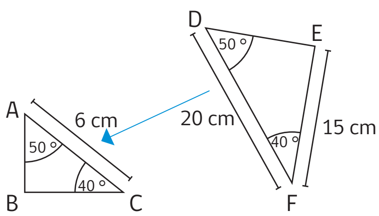
Evaluación de la unidad

1. Dos cuadriláteros A y B son semejantes cuya razón de semejanza es 3. Los lados del cuadrilátero más pequeño A miden 9 cm, 15 cm, 18 cm y 12 cm ¿cuántos centímetros mide el menor de los lados del cuadrilátero B?

A. 54
B. 27
C. 6
D. 3

2. En la imagen adjunta el triángulo ABC es semejante al triángulo DEF, ¿cuál es la longitud del lado $\overline{BC}$?

A. 3,3
B. 4,7
C. 4,6
D. 4,5



3. Verifica la veracidad de las siguientes afirmaciones y determina si son verdaderas (V) o falsas (F).

A. _____ Todos los cuadrados son semejantes entre sí.
B. _____ Todos los círculos son semejantes entre sí.
C. _____ Todos los triángulos rectángulos son semejantes entre sí.
D. _____ Todos los triángulos equiláteros son semejantes entre sí.
E. _____ Todos los mapas de una ciudad son semejantes entre sí.
F. _____ Todos los pentágonos son semejantes entre sí.

4. Dos triángulos equiláteros son semejantes en la razón 3 : 4. Si el lado del triángulo menor mide 120 cm, ¿cuántos centímetros mide el lado del triángulo mayor?

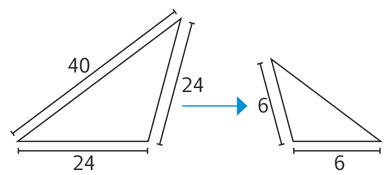
A. 90
B. 156
C. 160
D. 480

5. El plano de un dormitorio rectangular está a una escala de 1 : 10. Si el largo del dormitorio en el plano es de 60 cm y el ancho es de 50 cm, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)? Marca con una X

A. _____ El ancho real del dormitorio es de 5 m.
B. _____ Si en el dormitorio hay una cama de 2 m de largo, entonces en el plano la representación de la cama tiene un largo de 2 cm.
C. _____ Si se quiere ampliar el largo del dormitorio en 1,5 m, entonces el largo del dormitorio en el nuevo plano sería de 75 cm.

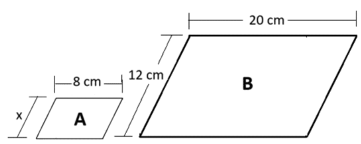
6. Los siguientes triángulos son semejantes, ¿cuál es la razón de semejanza entre ellos?

A. 6,66...
B. 4
C. 0,25
D. 0,15



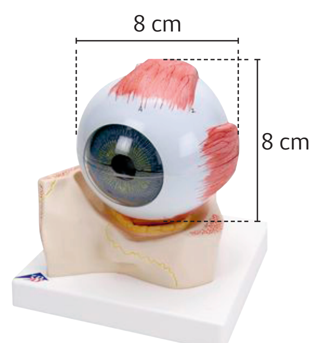
7. Según los datos que muestra la imagen, ¿cuál es la medida del lado *x* del romboide A?

A. 11,6 cm
B. 4,8 cm
C. 4 cm
D. 1,5 cm



8. La maqueta de un ojo humano tiene las siguientes dimensiones:

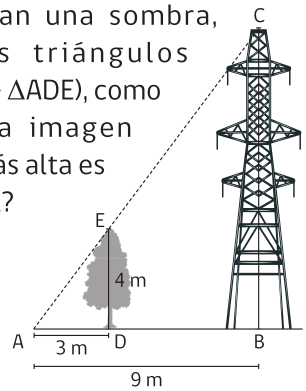
El modelo esta realizado en la escala 16 : 5 ¿Cuál es la medida real de un ojo humano?



A. 2,5 cm
B. 4,8 cm
C. 11,2 mm
D. 25,6 mm

115492 1°M MAT.pdf 106
03-07-24 15:58

9. A la misma hora una torre de alta tensión y un árbol proyectan una sombra, formándose dos triángulos semejantes ($\Delta ABC \sim \Delta ADE$), como se muestra en la imagen ¿Cuántos metros más alta es la torre que el árbol?



A. 8

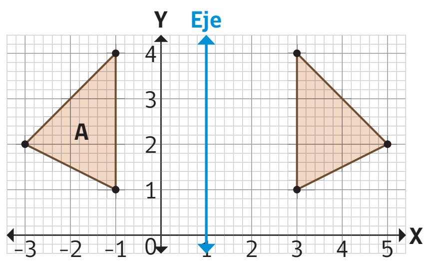
B. 10

C. 12

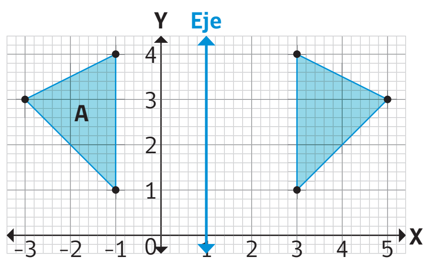
D. 16

10. ¿Qué figura muestra una reflexión en torno a la recta $x = 1$ aplicada a la figura A?

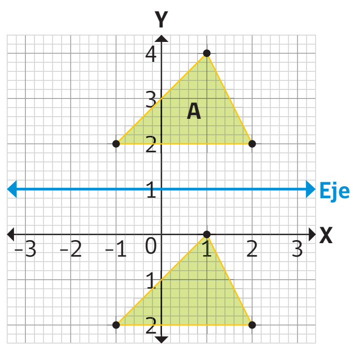
A.



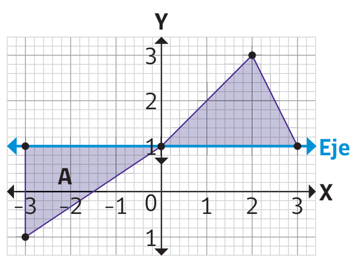
B.



C.



D.



11. El punto de coordenadas $P(4, 3)$ es rotado en torno al origen en un ángulo de 180°, ¿cuáles son sus nuevas coordenadas?

A. (4, –3)

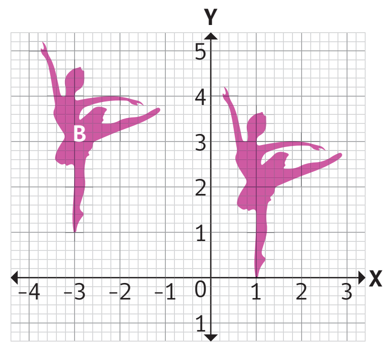
B. (–4, 3)

C. (–3, –4)

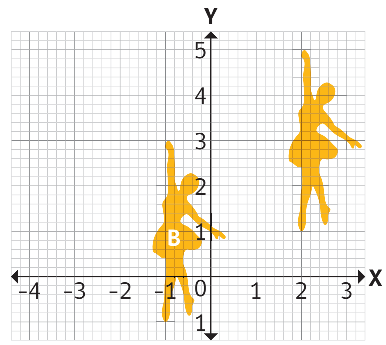
D. (–4, –3)

12. ¿Qué figura muestra una traslación de la figura B, según el vector $\vec{v} = (3, -1)$?

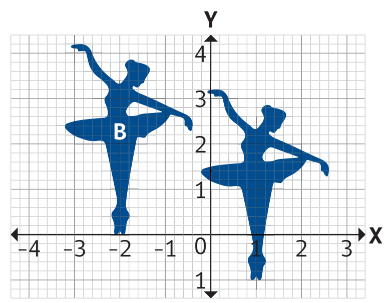
A.



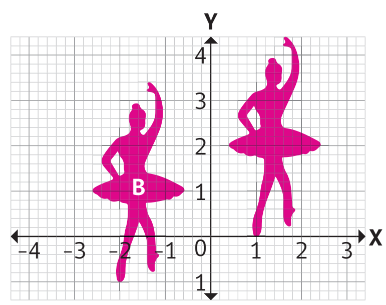
B.



C.

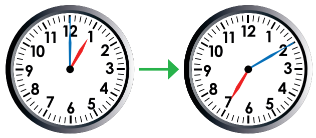


D.



115492 1°M MAT.pdf 107 03-07-24 15:58

13. Observa las manecillas del reloj ¿en cuántos grados giro la manecilla azul y roja respectivamente?



A. 30° y 150°

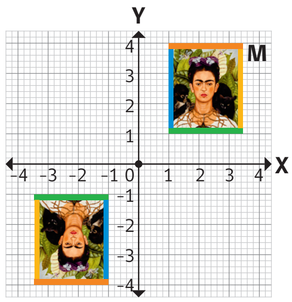
B. -30° y -150°

C. 60° y 180°

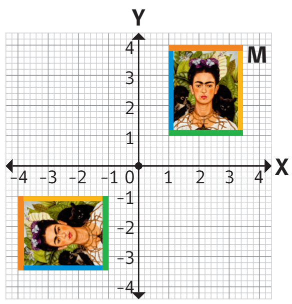
D. -60° y -180°

14. ¿Qué figura muestra una rotación en -180° en torno al origen aplicada a la figura M?

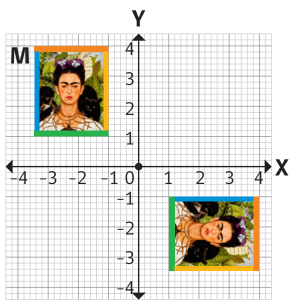
A.



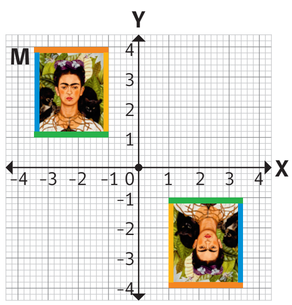
B.



C.



D.



15. Al rotar el punto *B* en 180° respecto al origen, se obtuvo el punto *B'*(-5, 9), ¿cuáles son las coordenadas del punto *B*?

A. (5, -9)

B. (9, -5)

C. (5, 9)

D. (-5, -9)

16. Se aplicó una rotación, con centro en el origen y cierto ángulo, al punto *A*(2, -1), obteniéndose el punto *A'*(-1, -2). ¿Cuál fue el ángulo con el que se rotó el punto?

A. 270°

B. 90°

C. -90°

D. -270°

17. Uno de los vértices del polígono *ABCDE*, tiene por coordenadas el punto *D*(-4, 6) Al rotar el polígono en un ángulo de 90° y luego nuevamente en 90° ¿cuáles son las coordenadas del nuevo vértice *D'*?

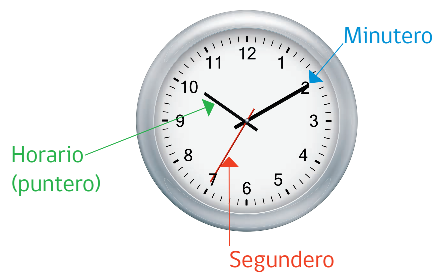
A. (-4, -6)

B. (-6,-4)

C. (-6, 4)

D. (4, -6)

18. Observa las manecillas del reloj y determina que afirmación es correcta.



A. Al girar en 180° el minutero queda en el número 7

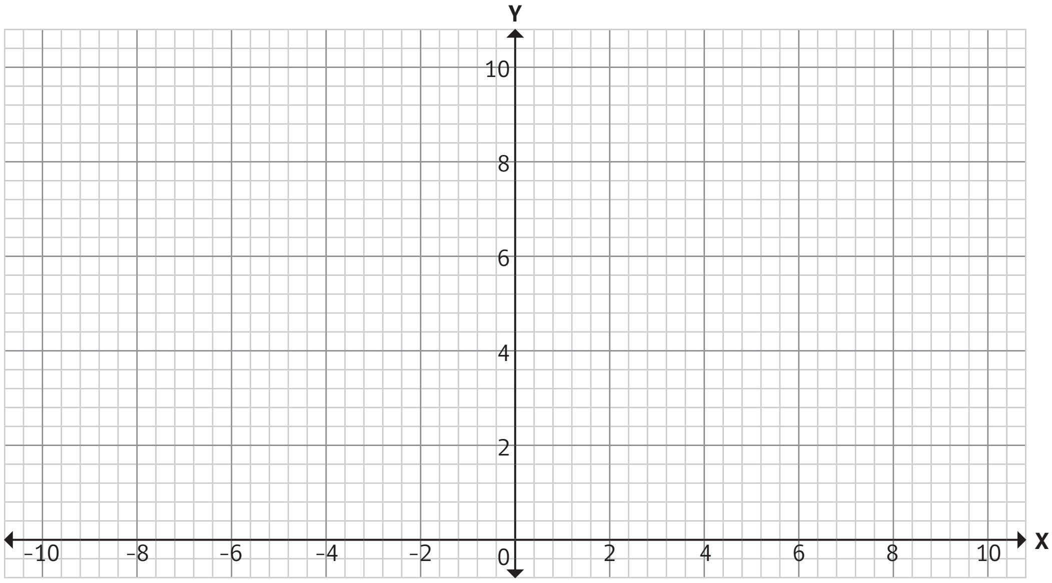
B. Al girar en 180° el segundero queda en el número 2

C. Al girar en -90° el horario queda en el número 1

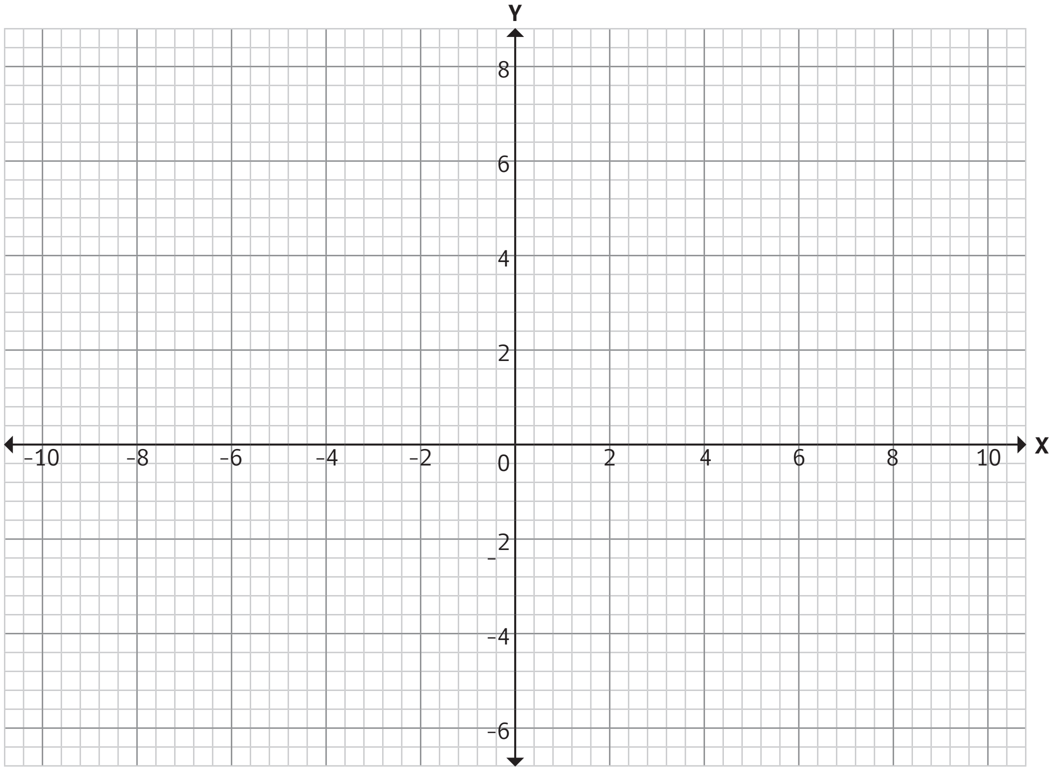
D. Al girar en -270° el minutero queda en el número 11

115492 1°M MAT.pdf 108 03-07-24 15:58

19. En un ejercicio en un plano cartesiano, Miguel debe rotar el punto $P(6, 4)$ en 90° en torno al origen y trasladarlo según el vector $\vec{v} = (4, 1)$ No recuerda si debe rotar primero el punto y luego trasladarlo o viceversa. Finalmente concluye que da lo mismo. ¿Es correcto lo que piensa? Fundamenta



20. Un triángulo de vértices $W(-2, 0)$, $Z(-2, 2)$ y $C(-3, 8)$ es reflejado con respecto al eje Y, y luego es trasladado según el vector $\vec{t} = (4, -4)$. ¿Cuáles son las coordenadas de sus nuevos vértices? Realiza el ejercicio en el siguiente plano cartesiano.



W''(_______, _______) Z''(_______, _______) C''(_______, _______)

115492 1°M MAT.pdf 109
03-07-24 15:58

21. El punto (1,–1) es trasladado según el vector $\vec{s}$ = (2, 6)¿Cuáles son sus nuevas coordenadas?

A. (5, –3)

B. (–1, –7)

C. (3, 5)

D. (11,–5)

22. ¿Cuáles son las coordenadas del punto (15, 4) si se refleja en torno al eje *X*?

A. (–15, –4)

B. (–4,–15)

C. (–15,4)

D. (15,–4)

115492 1°M MAT.pdf 110

03-07-24 15:58

ESCRIBA AQUÍ SUS APUNTES

Unidad de probabilidades
Concepto y cálculo de probabilidades

¿Se necesitan 367 personas juntas para que dos cumplan años el mismo día?

Muchos pensarían que en una habitación con 367 personas tiene que haber alguien que cumpla años el mismo día que tú, pero en realidad no hace falta tanta gente. Solo necesitas a 60 personas para tener un 99% de posibilidades que alguien cumpla años el mismo día que tú. Si en tu oficina, clase o gimnasio son más de 23 personas, hay un 50% de posibilidades que alguno haya nacido el mismo día que tú.

115492 1°M MAT.pdf 112 03-07-24 15:58

Propósito de la unidad

Estimado estudiante en esta unidad podrás hacer uso de herramientas matemáticas, distinguiendo situaciones deterministas de aquéllas en las que interviene el azar.

También podrás interpretar información y tomar decisiones fundadas aplicando la probabilidad de ocurrencia de un suceso.

¿Qué aprenderás?

- Identificar situaciones deterministas de las que interviene el azar.
- Resolver problemas que involucran estimaciones basadas en frecuencias relativas.
- Resolver problemas calculando probabilidades para describir el comportamiento azaroso.

115492 1°M MAT.pdf 113 03-07-24 15:58

Experimentando el azar

Jorge trabaja rellenando las máquinas expendedoras de pelotas de goma en una galería comercial. Su hija, Alejandra, lo acompaña y le pide comprar 3 pelotas de distintos colores; una de color azul, otra de color verde y una de color rojo. Su papá le comenta que debe esperar a que termine de rellenar la máquina roja con las 40 pelotas de colores: 14 azules, 6 verdes, 12 rojas y 8 amarillas.

En parejas comenten la situación descrita y responde las siguientes preguntas:

1. Jorge termina de rellenar la máquina roja e introduce la moneda con las intenciones de comprar una pelota azul ¿Qué crees que ocurra?, ¿logrará comprar una pelota azul? Explica:

2. Para comprar con seguridad una pelota azul, ¿en qué dispensador le conviene comprar? Explica:

3. Para comprar una pelota verde, ¿en qué dispensador debe comprar? Explica:

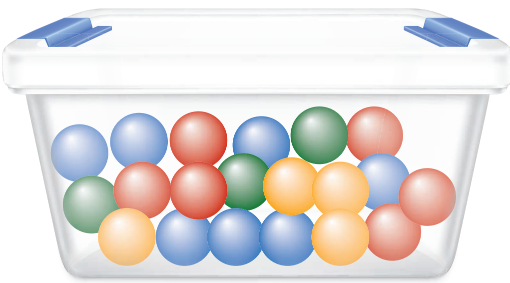
4. Alejandra quiere comprar en el dispensador azul, ¿de qué color será la pelota que recibirá? Explica:

115492 1°M MAT.pdf 114 03-07-24 15:58

5. ¿Qué colores de pelotas no pueden salir de la máquina roja? Explica cómo puedes estar seguro de tu respuesta.

6. Al introducir por primera vez una moneda en la máquina roja con las 40 pelotas ¿qué color de pelota crees que tiene más posibilidad de salir? Explica:

7. Observa las siguientes situaciones:



Caja con 20 bolitas de colores

Ruleta con 20 divisiones de igual área

a. ¿Puedes afirmar que las posibilidades de sacar un color en particular es el mismo en ambas situaciones? Explica:

b. Y con respecto a la máquina roja, ¿las posibilidades de sacar un color en particular es la misma? Explica:

...Y el tiempo

En el pronóstico del tiempo siempre nos informan de la predicción del clima en términos de probabilidad. Este fenómeno se predice según un modelo matemático, que reproduce el comportamiento de la atmósfera repitiéndola hasta 100 veces para hacer la predicción. En cada ocasión, se cambia uno de los parámetros iniciales, obteniendo diferentes predicciones. Y aquí es donde entra en juego la probabilidad.

Imaginemos que tres de nuestras cien repeticiones modelo, nos indican que mañana lloverá sobre la capital y en las otras 97 repeticiones, que va a estar soleado.

En parejas comenta y responde: para salir mañana ¿llevarías tu paraguas? Explica:

Experimentos

El **azar** es, por definición, lo impredecible.

¿Cómo es posible entonces utilizar lo impredecible para obtener información?

La clave está en que incluso lo impredecible debe cumplir algunas reglas. El conjunto de esas reglas y técnicas para extraer información del azar es lo que llamamos probabilidad.

La probabilidad trata de cuantificar los posibles resultados de un experimento en el cual está presente la incertidumbre o aleatoriedad.

Al hablar de **experimento** se considera no solo situaciones o hechos realizados en un laboratorio, sino también se contemplan otras situaciones que den origen a sucesos de interés, como analizar un fenómeno en determinadas circunstancias. Por ejemplo:

Si tomas una piedra y la dejas caer, es seguro que caerá. Se trata de un **experimento determinista**, sabes de antemano lo que sucederá.

Si lanzas una moneda al aire, ¿sabes con certeza que saldrá, cara o sello? No hay seguridad, puede salir cara o sello, se trata de una experiencia de azar o aleatoria.

Si lanzas un dado sobre una mesa, ignoras qué cara quedará arriba. El resultado depende del azar luego es una experiencia de azar o aleatoria.

115492 1°M MAT.pdf 116

03-07-24 15:58

Características de un experimento aleatorio

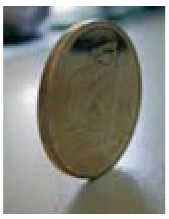
Es cualquier acción o proceso en que no se tiene certeza de su resultado final, hasta cuando no se ejecute y se cumple lo siguiente:

- Puede repetirse una cantidad ilimitada de veces bajo las mismas condiciones
- Es posible conocer por adelantado todos los posibles resultados a que puede dar origen (espacio muestral Ω)
- No puede predecirse con exactitud un resultado en una realización particular del experimento.

Por ejemplo: ¿Qué hace que el lanzamiento al aire de una moneda, no cargada, sea un experimento aleatorio?

Que es imposible controlar las variables como la fuerza con la que se lanza, los giros y ángulos con que golpea el suelo antes de detenerse.

Sin embargo, si la ubicamos de canto sobre una mesa y la empujamos deliberadamente en una dirección, desaparece el azar.



Por el contrario, si la hacemos girar sobre su canto volvemos a un experimento aleatorio.

Actividad 1

1. De los siguientes experimentos, determina cuáles corresponden a experimentos aleatorios y cuáles son deterministas. Explica cada caso:

   a. Calcular la nota en la primera prueba de Matemática según el puntaje obtenido.

   b. Determinar el número que saldrá ganador en la lotería del próximo sorteo.

   c. Extraer sin mirar una carta de una baraja de naipes y registrar la que sale.

115492 1°M MAT.pdf 117 03-07-24 15:58

d. Hacer funcionar el motor de un automóvil que no tiene batería.

e. Observar si sale el sol al otro día.

f. Tomar un calendario y registrar cuántos días tendrá la próxima semana.

Espacio muestral

- En un experimento aleatorio el conjunto formado por todos los posibles resultados se denomina **espacio muestral**, designado por Ω (omega) o E.

  Si nuestro experimento aleatorio es:

  "Lanzar un dado de 6 caras numeradas del 1 al 6 y registrar el n**ú**mero de la cara superior, el espacio muestral sería $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$"

- Un **suceso o evento** A es cualquier subconjunto del espacio muestral. En nuestro caso puede ser "A: cuando se obtuvo 4" o bien "B: sale un 6"
- Se dice que un **experimento aleatorio** es **equiprobable** si los sucesos de su espacio muestral son equiprobables, es decir, tienen igual probabilidad de ocurrir. De lo contrario, se dirá que el experimento no es equiprobable.

Espacio muestral
- **Finitos**: Es posible nombrar todos sus elementos.
- **Infinitos**: No es posible nombrar todos sus elementos.
  - **Numerables**: al tomar cualquier subconjunto de este, es posible contarlos, es decir conocer su cardinalidad.
  - **No numerables**: al tomar un subconjunto del espacio muestral, no es posible conocer su cardinalidad.

115492 1°M MAT.pdf 118 03-07-24 15:58

Actividad 2

1. En los siguientes experimentos aleatorios determina el espacio muestral e indica si es finito, infinito numerable o infinito no numerable. Explica cada caso siguiendo el ejemplo:

Lanzar tres monedas al aire y luego registrar las caras superiores.

Ω = {CCC, CCS, CSC, SCC, CSS, SCS, SSC, SSS} es finito pues puedo conocer y nombrar todos y cada uno de los elementos del espacio muestral.

a. Elegir aleatoriamente tres bolitas, de una tómbola con bolitas numeradas del 0 al 9 y registrar el número que forman.

b. Registrar la duración, en horas, de una ampolleta en un sistema de control de calidad.

c. Hacer girar una ruleta que tiene 6 divisiones de igual área, pero distinto color y registrar el color que sale.

d. Registrar la masa de una persona, seleccionada al azar de un grupo que sube a un ascensor a cierta hora del día.

e. Registrar el tiempo de espera ante un semáforo en rojo sabiendo que dura 60 segundos en cambiar de color.

115492 1°M MAT.pdf 119 03-07-24 15:58

2. Escribe la letra mayúscula en la línea para relacionar correctamente cada experimento aleatorio con su espacio muestral.

- **a.** Lanzar una moneda. ________ E = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- **b.** Extraer una bolita de una bolsa que contiene 4 bolitas: una blanca, una azul, una negra y una café. ________ Ω = {cara sello, sello sello, cara cara, sello cara}
- **c.** Lanzar un dado normal de seis caras. ________ E = {blanca, azul, negra, café}
- **d.** Lanzar dos monedas ________ Ω = {cara, sello}

Para comprender el tipo de experimentos puedes mirar el siguiente video:

https://www.youtube.com/watch?v=ttf8QxwaXxw

En parejas realicen la siguiente actividad:

a. Pídele que piense en un número del 1 al 5 e intenta adivinar diciéndole en voz alta el número que crees que pensó. Repite el ejercicio 5 veces y registra tus resultados en la siguiente tabla con una x:

Repeticiones	1ra	2da	3ra	4ta	5ta	total
Acierto						
Desacierto						

b. Ahora, amplia la cantidad de números es decir “solicítale que piense en un número del 1 al 9”. Mientras, tú intentas adivinar el número que pensó diciéndolo en voz alta. Repite el ejercicio 5 veces y registra tus resultados en la siguiente tabla con una x:

Repeticiones	1ra	2da	3ra	4ta	5ta	total
Acierto						
Desacierto						

c. Ahora que piense un número del 1 al 20. Repite el ejercicio 5 veces y registra sus resultados en la siguiente tabla con una x:

Repeticiones	1ra	2da	3ra	4ta	5ta	total
Acierto						
Desacierto						

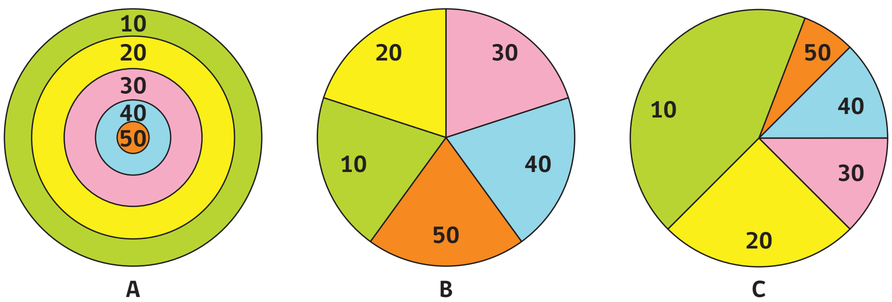
115492 1°M MAT.pdf 120 03-07-24 15:58

Según los resultados anteriores responde las siguientes preguntas:

d. ¿En qué juego crees que es más probable adivinar el número? ¿Por qué?

e. En el ejercicio b, ¿es posible que pensara en el número 15? Fundamenta tu respuesta.

3. Un juego consiste en tirar unas flechas llamadas "dardos" a un objeto circular llamado "diana" fijado en una pared. Se practica como deporte de competición basado en un conjunto de reglas y un diseño de placa específico. Observa las siguientes dianas y responde las preguntas:



a. ¿En cuál diana es más probable sacar 50 puntos? Fundamenta

b. ¿En qué diana es más probable acertar 10 puntos? Explica.

c. En un juego donde gana el jugador que obtiene mayor puntaje acumulado, tienes la posibilidad de lanzar 3 veces el dardo, ¿qué diana elegirías para jugar y por qué?

115492 1°M MAT.pdf 121 03-07-24 15:58

Reúnanse en grupos de 3 personas. En tarjetas o trozos de papel de igual tamaño escriban los números 1, 2 y 3 tal como se muestra en la imagen:

1 2 3

Doble en 4 partes iguales los papeles y colóquelos dentro de un estuche, de manera que puedan sacar, sin mirar, uno de los 3 papeles. Registra el número que sale y luego devuelve el papel al estuche. Realicen esta extracción 3 veces".

1. Registre en la siguiente tabla los resultados obtenidos por cada estudiante del grupo, al repetir el experimento 4 veces cada uno:

	Estudiante 1			Estudiante 2			Estudiante 3		
	Extracción 1	Extracción 2	Extracción 3	Extracción 1	Extracción 2	Extracción 3	Extracción 1	Extracción 2	Extracción 3
Exp. 1									
Exp. 2									
Exp. 3									
Exp. 4									

a. ¿Qué número salió más veces?

b. ¿Qué combinaciones de números no salió?

c. Comenten cómo pueden calcular la cantidad de combinaciones que hay en total.

115492 1°M MAT.pdf 122 03-07-24 15:58

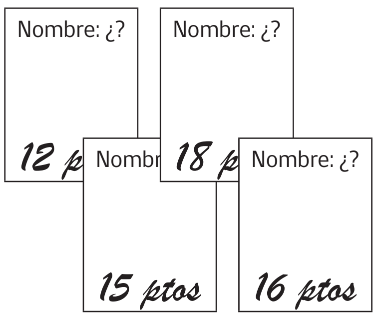
Para tener presente

Recuerda que un **evento** o **suceso** es cualquier subconjunto del espacio muestral y se denota por letras mayúsculas. Entre ellos podemos distinguir:

- Un **suceso seguro,** como aquel que siempre ocurre después del experimento aleatorio, es decir, el mismo **Ω**. Por ejemplo, en la situación anterior es posible obtener la combinación de números 123.
- Un **suceso imposible** es aquel que nunca ocurre como resultado del experimento aleatorio. Por ejemplo, en la situación anterior es imposible obtener la combinación de números 567.

Frecuencia relativa y el cálculo de la probabilidad

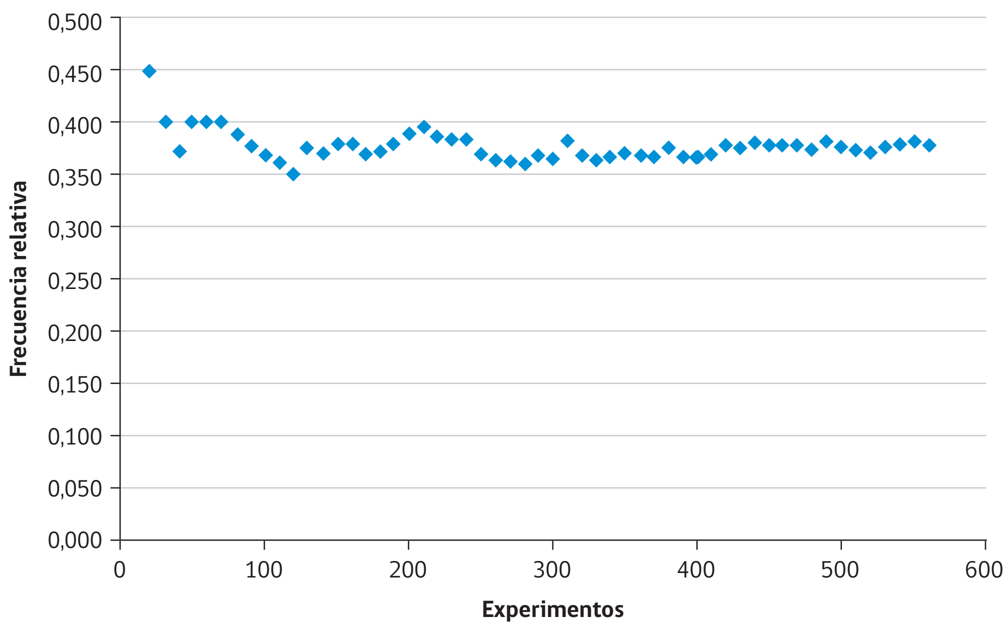
Cuatro amigos realizan un trabajo aportando cada uno con una hoja de trabajo, pero el grupo completo olvidó entregar las hojas con nombre. Luego, la profesora les entrega los documentos con los puntajes obtenidos por cada uno ¿Qué tan probable es que a ninguno le toque su propio trabajo?



Recuerda

Frecuencia Relativa = $\dfrac{\textit{veces que ninguno recibe su trabajo}}{\textit{cantidad total de experimentos}}$

Al repetir el experimento y registrar, la cantidad de veces que **ningún estudiante** recibió su propio trabajo podemos representarlos en un gráfico de puntos obteniendo lo siguiente:



115492 1°M MAT.pdf 123
03-07-24 15:58

» Podemos observar que la frecuencia relativa que "ninguno obtenga su trabajo" tiende a estabilizarse en el valor 0,38 en la medida en que la cantidad de repeticiones del experimento crece. Es decir, en la medida en que repetimos más y más veces un experimento, la frecuencia relativa (probabilidad empírica) de un resultado se acerca cada vez más a un valor.

Este valor se denomina **"probabilidad teórica"** de ocurrencia del suceso de interés.

¿Qué condiciones deben darse para que siempre se estabilice una secuencia de frecuencias relativas?

Esto ocurrirá siempre que las repeticiones del experimento se realicen en las mismas condiciones y de manera independiente.

» Luego en un espacio muestral equiprobable, la proporción de veces en que ocurre cierto "evento A" se acercará a la **razón** entre la **cantidad de resultados favorables** del espacio muestral finito y la **cantidad total** de resultados del espacio muestral, de modo que la probabilidad de ocurrencia del evento A, denotada por P(A) se puede calcular usando:

$$P(A) = \frac{\text{cantidad de casos favorables}}{\text{cantidad de casos totales}} = \frac{\#A}{\#\Omega} \longrightarrow \text{Regla de Laplace}$$

Por ejemplo, se define el evento A como obtener un 3 al lanzar al aire un dado de 6 caras no cargado, ¿cuál es la probabilidad que ocurra A?

Según la Regla de Laplace la $P(A) = \frac{\text{cantidad de casos favorables}}{\text{cantidad de casos totales}} = \frac{\#A}{\#\Omega} = \frac{1}{6} \approx 0{,}166...$

La probabilidad de un suceso se puede expresar como una fracción, un número decimal o como un porcentaje por ejemplo la probabilidad de obtener cara al lanzar una moneda normal al aire es $\frac{1}{2}$ o 0,5 o 50%

Veamos, ¿qué pasa con nuestro experimento si usamos la regla de Laplace para calcular la probabilidad de que ningún estudiante reciba su trabajo?

Para ello necesitamos conocer la **cardinalidad** del conjunto formado por los **casos favorables** y la **cardinalidad del espacio muestral**.

Para indicar las hojas de trabajo usaremos la primera letra de los nombres de los estudiantes.

- **A:** es la hoja de Andrés
- **B:** es la hoja de Bastías
- **C:** es la hoja de Carlos
- **D:** es la hoja de Daniel

115492 1°M MAT.pdf 124 03-07-24 15:58

Y ordenamos a los estudiantes en orden alfabético

la secuencia C A B D nos indicará que

Andrés recibió la hoja de Carlos
Bastías recibió la hoja de Andrés
Carlos recibió la hoja de Bastías
Daniel recibió su hoja

En este caso, solo uno de los estudiantes, Daniel recibió su hoja.

A continuación, se muestran todas las combinaciones y en los paréntesis aparece la cantidad de estudiantes que recibió su hoja de trabajo.

(4) A B C D	(2) A B D C	(1) A C D B	(2) A C B D	(1) A D B C	(2) A D C B
(2) B A C D	(0) B A D C	(1) B C A D	(0) B C D A	(0) B D A C	(1) B D C A
(1) C A B D	(0) C A D B	(2) C B A D	(1) C B D A	(0) C D A B	(0) C D B A
(0) D A B C	(1) D A C B	(1) D B A C	(2) D B C A	(0) D C A B	(0) D C B A

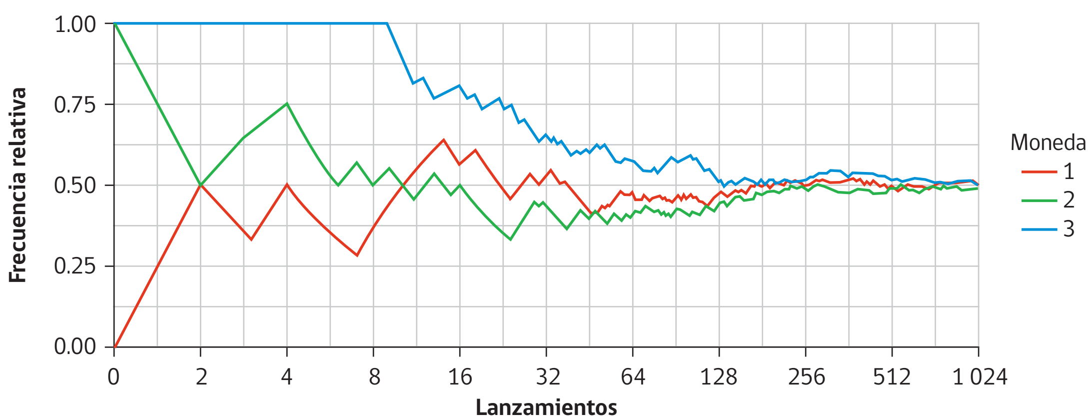
Observa, que en 9 casos no existen coincidencias de un total de 24 formas en las que se pueden distribuir las 4 hojas. Luego ¿Cuál es la probabilidad (teórica) en que ningún estudiante reciba su hoja de trabajo? Usando la regla de Laplace tenemos:

$$P(\text{nadie reciba su hoja}) = \frac{\textit{cantidad de casos favorables}}{\textit{cantidad de casos totales}} = \frac{9}{24} \approx 0{,}375$$

Podemos observar que 0,375 es muy cercano 0,38 correspondiente a la frecuencia relativa (probabilidad empírica) del evento al repetir el experimento muchas veces.

Actividad 3

El siguiente gráfico representa las frecuencias relativas al "lanzar 1 000 veces, 3 monedas no cargadas y registrar la cantidad de veces que se obtuvo sello".



115492 1°M MAT.pdf 125
03-07-24 15:58

a. ¿A qué valor se acercan las frecuencias a medida que se repite el experimento muchas veces?

b. En la moneda 3, ¿hasta qué lanzamiento se obtuvo sello?

c. *¿Qué se obtuvo en el primer lanzamiento en cada una de las* monedas?

d. Observa las monedas 1 y 2, ¿qué puedes decir del segundo lanzamiento?

e. *¿Después de qué lanzamiento las* monedas tienden a un mismo valor?

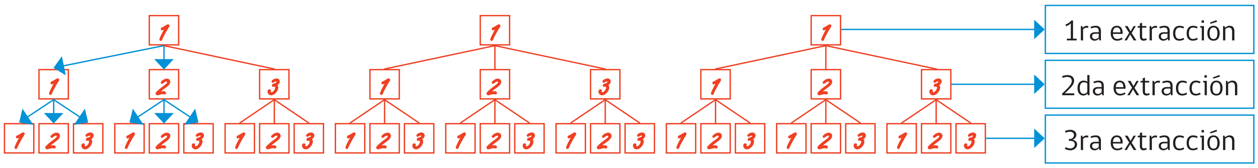
f. Usando la regla de Laplace. Al lanzar una moneda al aire, ¿cuál es la probabilidad de obtener un sello?

Para comprender mejor la relación entre la probabilidad teórica y la probabilidad empírica observa el siguiente video

https://es.khanacademy.org/math/probability/probability-geometry/probability-basics/v/comparing-theoretical-to-experimental-probabilites

Algunas estrategias

Observa, el siguiente esquema es un **diagrama de árbol** y permite representar todos los resultados posibles de obtener si se saca de una bolsa una de las tres tarjetas con los números 1, 2 y 3. Se anota el número y se devuelve la tarjeta a la bolsa, el experimento se repite 3 veces.



Siguiendo la flecha azul obtenemos resultados del espacio muestral Ω. Completa el resto:

Ω = {(1,1,1), (1,1,2), (1,1,3), (1,2,1), ________________________________}

1. Para visualizar todas las combinaciones posibles que se obtienen al lanzar una moneda y un dado de 6 caras, no cargados, podemos usar una tabla de doble entrada. Observa:

O bien el **Principio multiplicativo**:

6 • 2 = 12

	1	2	3	4	5	6
Cara	Cara, 1	Cara, 2	Cara, 3	Cara, 4	Cara, 5	Cara, 6
Sello	Sello, 1	Sello, 2	Sello, 3	Sello, 4	Sello, 5	Sello, 6

Actividad 4

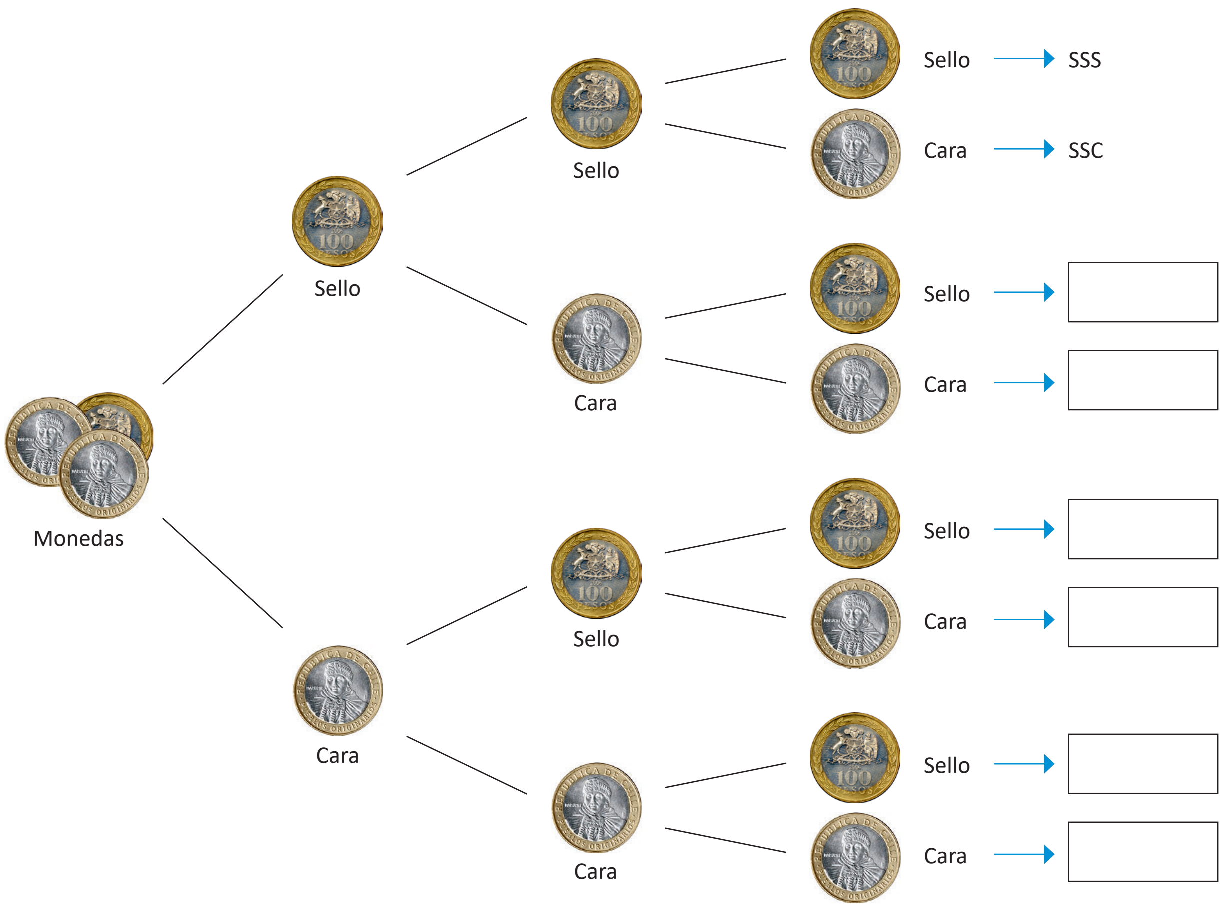
1. Completa todas las combinaciones posibles de obtener al lanzar dos dados no cargados de 8 caras cada uno.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	
2	2,1							
3	3,1							
4	4,1							
5	5,1							
6	6,1							
7	7,1							
8	8,1							

a. ¿Cuál es la probabilidad que en uno de los dados salga un 2?

115492 1°M MAT.pdf 127
03-07-24 15:58

2. Un experimento aleatorio consiste en “lanzar tres monedas al aire y registrar lo que sale”. Completa el diagrama de árbol con todas las combinaciones posibles de obtener.



a. ¿Cuál es la probabilidad que salgan 2 sellos?

b. ¿Cuál es la probabilidad que salga al menos 1 sello y 1 cara?

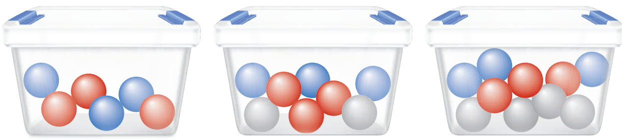
c. ¿Cuál es la probabilidad que salgan solo caras?

d. ¿Cuál es la probabilidad que NO salgan caras?

115492 1°M MAT.pdf 128
03-07-24 15:58

3. Una fábrica de ampolletas realiza un control de calidad de sus productos. Para ello, se sacan de una en una al azar tres ampolletas. Se registra si está en buen estado (b) o mala (m), no importando en qué orden aparezcan las ampolletas. Realiza un diagrama de árbol para representar todas las posibilidades que se obtienen al seleccionar al azar tres ampolletas de la producción.

4. Observa las siguientes cajas con bolitas de igual tamaño y masa. Se define un experimento aleatorio que consiste en extraer al azar una bolita, registrar su color y devolverla a la caja. Contesta las siguientes preguntas:



a. ¿Cuál es el espacio muestral de la caja 1?

b. ¿Cuál es el espacio muestral de la caja 2?

c. Escribe un experimento aleatorio relacionado con la caja 2.

d. De un ejemplo de un evento seguro relacionado con la caja 3.

115492 1°M MAT.pdf 129 03-07-24 15:58

e. De un ejemplo de un evento imposible relacionado con la caja 1.

f. Si se saca una bolita sin mirar de una caja, ¿en qué caja tienes mayores posibilidades de obtener una bolita azul? ¿Por qué?

Aplicando la regla de Laplace contesta las siguientes preguntas:

g. En la caja 1 ¿Cuál es la probabilidad de obtener una bolita naranja? ___________________________

h. En la caja 2 ¿Cuál es la probabilidad de obtener una bolita azul? ______________________________

i. En la caja 2 ¿Cuál es la probabilidad de obtener una bolita blanca? ___________________________

j. En la caja 3 ¿Cuál es la probabilidad de obtener una bolita azul? ______________________________

k. En la caja 3 ¿Cuál es la probabilidad de obtener una bolita naranja? ___________________________

El **principio multiplicativo** permite realizar un conteo rápido de las maneras en que puede ocurrir un hecho que está dividido en varios pasos. Si el primer paso puede ocurrir de "a" formas, el segundo de "b" formas, el tercero de "c" formas y así sucesivamente, entonces el hecho puede ocurrir de a • b • c •... formas diferentes.

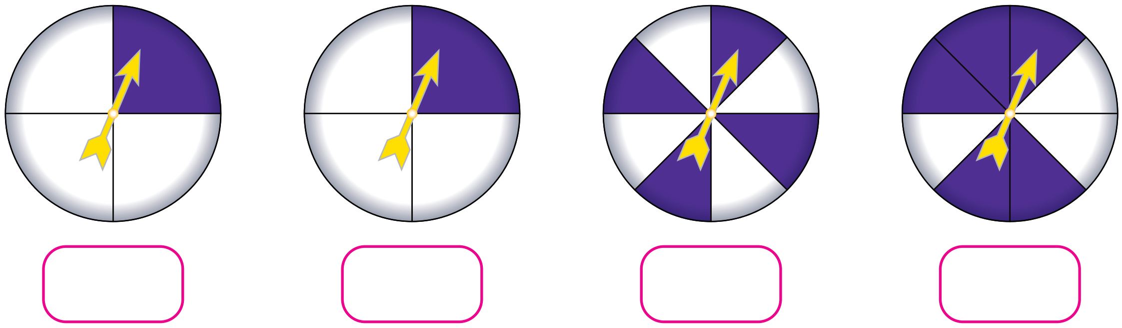
5. Fabiola arma su postre en el casino de la universidad. Puede elegir el color del recipiente: verde o amarillo, el tipo de fruta: durazno, frutilla o manzana y la salsa: caramelo o frambuesa. ¿De cuántas maneras diferentes puede pedir su postre?

6. Ignacio debe ir desde su casa a la biblioteca, pero antes necesita pasar a la casa de su abuela. Para ir donde su abuela, puede elegir entre 4 líneas de buses y para ir desde allí a la biblioteca puede elegir entre 5 líneas de buses. ¿Cuántas combinaciones diferentes de líneas de buses puede hacer Ignacio para realizar su viaje?

115492 1°M MAT.pdf 130

03-07-24 15:58

7. Calcula la probabilidad de obtener el color blanco al hacer girar cada ruleta.

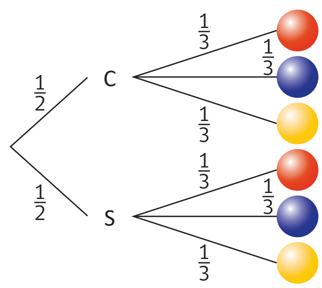


Recuerda

Evento A: lanzar una moneda al aire. Evento B: extraer al azar una bola de una caja que contiene una bola roja, una azul y una amarilla. ¿Cuál es la probabilidad de obtener cara en el primer experimento y una bola amarilla en el segundo?

Aplicando el principio multiplicativo

La probabilidad buscada es: $\frac{1}{2} \bullet \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$



Autoevaluación

Marca con un ✓ la categoría que mejor te represente:

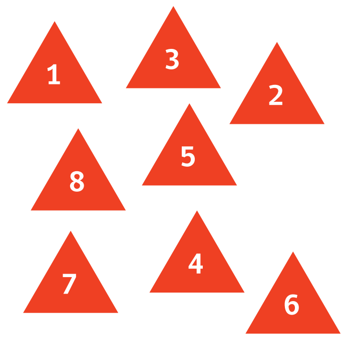
TAREA	No entendí	Lo hice	Lo explico
Identifico experimentos aleatorios de los que no lo son (Actividad 1)			
Determino el espacio muestral (Actividad 2)			
Relaciono la frecuencia relativa con el cálculo de la probabilidad de un suceso (Actividad 3)			
Determino el cálculo de la probabilidad de un suceso aplicando diferentes estrategias (Actividad 4).			

Nota: Si marcaste 2 o más ✓ en la columna "no lo entendí", pide ayuda a tu profesor, vuelve a revisar los ejemplos y ejercicios propuestos.

115492 1°M MAT.pdf 131 03-07-24 15:58

Síntesis de la unidad

Algunos conceptos claves

Experimento aleatorio	Resultados posibles o espacio muestral E	Algunos posibles eventos de interés
Lanzar un dado de 8 caras, no cargado y registrar la cara superior. 		A: Sacar un 3 Casos favorables {3} B: Sacar un valor mayor a 4 Casos favorables {5, 6, 7, 8} C: Sacar un número par Casos favorables {2, 4, 6} D: Sacar un 1 o un 8 Casos favorables {1, 8} E: Sacar un 1 y un 8 Casos favorables 0

Ejemplo

El azar también está presente en situaciones cotidianas. Observa:

La siguiente tabla muestra las distintas edades de los jóvenes que asisten al taller de fútbol:

12	13	15	15	15	13	14	12	14	15
11	12	12	14	14	14	14	15	11	13
11	15	15	15	13	13	12	14	15	15

Si se elige un jugador al azar:

a. ¿Cuál es la probabilidad que tenga 12 años?

b. ¿Cuál es la probabilidad que tenga 13 años?

c. ¿Qué es más probable, qué tenga 11 o 15 años? ¿Por qué?

d. Matías asiste al taller de fútbol ¿Cuál es la probabilidad que elijan a Matías?

115492 1°M MAT.pdf 132 03-07-24 15:58

Solución:

Determinamos la cantidad total de asistentes al taller: 30. Luego la cantidad de casos favorables para cada ejercicio:

a. Deportistas con 12 años son 5 luego la probabilidad es $\frac{5}{30}$

b. Deportistas con 13 años son 4 luego la probabilidad es $\frac{4}{30}$

c. Deportistas con 11 años son 3 luego la probabilidad es $\frac{3}{30}$

Deportistas con 15 años son 10 luego la probabilidad es $\frac{10}{30}$

Luego es más probable que tenga 15 años, porque hay más personas con esa edad.

d. Matías es el caso favorable, luego la probabilidad que lo elijan es $\frac{1}{30}$

Recuerda

» El cálculo de la probabilidad de un evento que nos interesa estudiar nos permite hacer estimaciones referidas a los resultados de una gran variedad de fenómenos, tanto científicos como de la vida cotidiana. Pueden usarse para cuantificar situaciones azarosas que ocurren en tu entorno. Por ejemplo: ¿Cuál es la probabilidad que mañana llueva? ¿Cuál es la probabilidad que ande con paraguas y llueva?

» Por otra parte, nuestro estudio se focaliza en fenómenos aleatorios equiprobables, donde el cálculo de la probabilidad es una medida que nos indica qué tan probable es que una situación aleatoria resulte de una manera particular, pudiendo hacer algunas predicciones sobre esas situaciones.

» Los contextos donde se presentan fenómenos de equiprobabilidad, por lo general, son juegos de azar, lanzar un dado, sacar cartas de una baraja de naipes, lanzar una moneda, extraer objetos de una bolsa o caja (lotería, bingo, rifa), hacer girar una ruleta, etc.

115492 1°M MAT.pdf 133 03-07-24 15:58

Evaluación de la Unidad de Probabilidades

1. Los padres de un bebé que esta pronto a nacer buscan la combinación de nombres que le pondrán. El padre a elegido tres nombres Juan, Camilo o Felipe y la madre Andrés o Pablo. Escribe todas las formas distintas que se puede nombrar el bebé si se quieren hacer combinaciones entre los nombres propuestos por el padre con los de la madre.

2. Los candidatos para formar la nueva directiva de un condominio son Carlos, Josefa y Mario. Se quiere que la directiva esté compuesta por un presidente y un secretario Escribe todas las formas que se puede formar esta directiva:

3. Una cafetería vende helados artesanales y tiene las siguientes variedades: barquillos bañados de crispis o crocante; rellenos con: crema, fruta, chocolate; y sabores de helado: frutilla, chocolate y lúcuma. ¿De cuántas maneras diferentes se puede comprar un barquillo relleno?

A. 3
B. 8
C. 11
D. 18

4. ¿Cuál es la probabilidad de sumar 8 al lanzar dos dados de 6 caras cada uno?

A. 1 : 36
B. 3 : 36
C. 4 : 36
D. 5 : 36

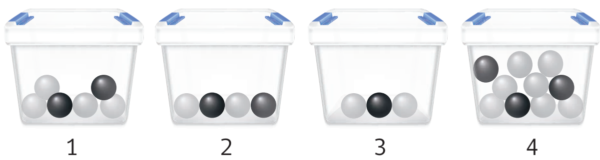
5. ¿Cuánto es la cardinalidad del espacio muestral, al lanzar 3 monedas?

A. 3
B. 6
C. 8
D. 12

6. Al lanzar dos dados de 6 caras numeradas del 1 al 6, no cargados, ¿cuál es la cardinalidad del espacio muestral?

A. 36
B. 24
C. 12
D. 2

Observe la siguiente imagen y responde las preguntas 7 y 8:



7. Al sacar una bolita de la caja sin mirar ¿En cuál caja tienes mayor opción de obtener una bolita negra?

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

8. Si de la caja 4 puedes sacar o poner bolitas blancas o negras y quieres tener la misma probabilidad de sacar una bolita negra que en la caja 3, ¿cuántas bolitas debes poner o sacar y de qué color?

115492 1°M MAT.pdf 134
03-07-24 15:58

9. En una bolsa hay 10 fichas del mismo tipo, numeradas correlativamente del 0 al 9. Si de la bolsa se saca una ficha al azar, ¿cuál es la probabilidad de que esta tenga un número primo (2, 3, 5, 7)?

A. 4 : 9

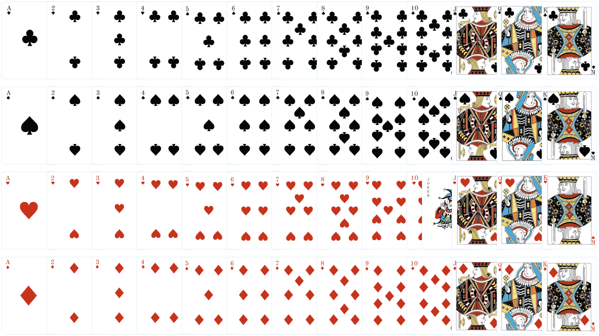
B. 1 : 5

C. 1 : 4

D. 2 : 5

Lea el contexto y responda las preguntas 10, 11, 12, 13 y 14:

Se saca al azar una carta de un naipe inglés cuyo mazo está compuesto de 52 cartas (13 corazones, 13 picas, 13 diamantes y 13 tréboles).



10. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una carta de diamante mayor que 3?

A. $\frac{13}{52}$

B. $\frac{11}{52}$

C. $\frac{10}{52}$

D. $\frac{9}{52}$

11. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una carta con una pinta negra?

A. $\frac{13}{52}$

B. $\frac{26}{52}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{1}{5}$

12. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par en una carta de color rojo?

A. $\frac{3}{13}$

B. $\frac{3}{26}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{5}{26}$

13. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un As de cualquier pinta?

A. $\frac{1}{52}$

B. $\frac{4}{52}$

C. $\frac{48}{52}$

D. $\frac{51}{52}$

14. En un experimento aleatorio se lanza una moneda y luego un dado de 6 caras no cargado ¿Cuántos resultados distintos se pueden obtener?

A. 2

B. 6

C. 8

D. 12

15. ¿Qué debería ocurrir si se lanza 1 000 veces un dado de 6 caras no cargado?

A. En un tercio de los lanzamientos se obtendrán 4 o 6 puntos.

B. La cantidad de veces que se obtienen 2 puntos se aproxima a un sexto.

C. La frecuencia relativa de que se obtenga 1 punto se mantiene constante.

D. Si se lanza 120 veces, en exactamente 20 de los lanzamientos se obtendrán 6 puntos.

115492 1°M MAT.pdf 135

03-07-24 15:58

Soluciones de la Evaluación

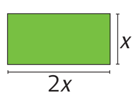
Unidad 1 Números

Pregunta	Solución
1)	**Alternativa A** 1° día 2° día 3° día $50 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{50 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{50}{27}$
2)	**Alternativa C** Según los datos del enunciado, dos tercios de las 120 personas dejaría de contagiar, es decir, $120 : 3 = 40$ que corresponde a un tercio. Luego sería el doble de esta cantidad, es decir, 80 personas.
3)	**Alternativa D** Cantidad de contagiados $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 18\,000 = \frac{1 \cdot 1 \cdot 18\,000}{3 \cdot 3} = \frac{18\,000}{9} = 2\,000$ 2 000 quedarían contagiando el segundo día
4)	**Alternativa A** Cantidad de contagios $\frac{243\,p}{3} \xrightarrow{\text{1° día}} \frac{81\,p}{3} \xrightarrow{\text{2° día}} \frac{27\,p}{3} \xrightarrow{\text{3° día}} \frac{9\,p}{3} \xrightarrow{\text{4° día}} \frac{3\,p}{3} \xrightarrow{\text{5° día}} \frac{1\,p}{3}$ Al sexto día no hay personas que contagien
5)	**Alternativa D** $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$
6)	**Alternativa A** Por cada lado se disminuye 1 cm, luego el ancho quedaría de 28 cm que es la longitud más larga que permitiría dibujar un cuadrado, ya que debe tener el largo y ancho de igual medida.
7)	**Alternativa B** La nueva arista mide $2 \cdot 2^4 = 2^5$ El volumen se determina calculando largo • alto • ancho, luego sería $2^5 \cdot 2^5 \cdot 2^5 = 2^{15}$
8)	**Alternativa A** El segundo día donaron $10 \cdot 10 = 100$ personas más. Luego las 10 personas del primer día mas los 100 del segundo día, en total habrían 110 personas durante los dos primeros días.

115492 1°M MAT.pdf 136 03-07-24 15:58

Pregunta	Solución
9)	**Alternativa C** El tercer día deberían contactar a $100 \cdot 10 = 1\,000$ personas nuevas
10)	**Alternativa C** Como el área de un rectángulo se calcula multiplicando largo y ancho. Área = largo • ancho $56^2 = x \cdot 7^2$ $56^2 : 7^2 = x$
11)	**Alternativa B** Valor actual $= 7\,000\,000 \cdot (0{,}8)^1$ $= 5\,600\,000$

Unidad 2 Álgebra

Pregunta	Solución
1)	**Alternativa C** $n + 4n = 120$ / se reducen términos semejantes $5n = 120$ / se divide por 5 ambos lados $n = 120 : 5$ / se resuelve la división $n = 24$
2)	**Alternativa C** $3x + 10 - 24 = 7$ /se reducen términos semejantes $3x - 14 = 7$ /sumamos 14 a ambos lados $3x = 7 + 14$ /reducimos $3x = 21$ /se divide por 3 $x = 21 : 3$ $x = 7$
3)	**Alternativa B** $\underbrace{\text{Cinco veces mi edad } (d)}_{5d}\ \underset{=}{\text{es igual a}}\ \underbrace{100 \text{ años}}_{100}$
4)	**Alternativa D**  $\rightarrow x + x + 2x + 2x = P$ $2x + 4x = 30$

<table>
<tr><th>Pregunta</th><th>Solución</th></tr>
<tr><td>5)</td><td>Alternativa B
El punto de intersección de las rectas que muestra el gráfico es (3,2) y satisface las ecuaciones del sistema
$x + y = 5$
$x - y = 1$
La suma es 5 ya que las coordenadas (2,3) suman 5 y su diferencia
3 – 2 es 1</td></tr>
<tr><td>6)</td><td>Alternativa B
El punto de intersección de las rectas (2, 1) satisface a ambas ecuaciones
$2x - y = 3$ cuando $x = 2$ e $y = 1$ tenemos $2 \cdot 2 - 1 = 4 - 1 = 3$
$3x + 2y = 8$ cuando $x = 2$ e $y = 1$ tenemos $3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 6 + 2 = 8$</td></tr>
<tr><td>7)</td><td>Alternativa A
Corresponde al sistema de ecuaciones
$-x + y = -2$ → $-1 \cdot x + 1 \cdot y = -2$
$-x + y = 3$ → $-1 \cdot x + 1 \cdot y = 3$
pues los factores numéricos de cada variable son los mismos.</td></tr>
<tr><td>8)</td><td>Alternativa A
La variable x representa el largo del rectángulo ya que en el enunciado dice que si disminuye en 2 cm coincide con el ancho aumentado en 2 unidades y se plantea la ecuación $x - 2 = y + 2$</td></tr>
<tr><td>9)</td><td>Alternativa B
La diferencia de las edades es 10 años → $x - y = 10$
La suma del menor y el doble del mayor es 29 → $2x - y = 29$</td></tr>
<tr><td>10)</td><td>Alternativa D
La función es $y = 3 \cdot x$
<table><tr><td>x</td><td>$3 \cdot 0$</td><td>$3 \cdot 2$</td><td>$3 \cdot 4$</td><td>$3 \cdot 6$</td><td>$3 \cdot 8$</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>6</td><td>12</td><td>18</td><td>24</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>11)</td><td>Alternativa C
En la función $f(x) = 5x$ donde $f(1) = 5 \cdot 1 = 5$ Luego el punto (1, 5) pertenece a la recta.</td></tr>
<tr><td>12)</td><td>Alternativa D
$y = 1\,500\,x$ al comprar 2 volantines recibirá $3 000</td></tr>
<tr><td>13)</td><td>Alternativa A
$p(t) = 90t$ cuando $t = 5$ tenemos $p(5) = 90 \cdot 5 = \$450$</td></tr>
</table>

115492 1°M MAT.pdf 138 03-07-24 15:58

Unidad 3 Geometría

Pregunta	Solución
1)	**Alternativa B** Como la razón de semejanza es 3 implica que por cada unidad de A el cuadrilátero B tiene 3. Luego la medida de los lados del cuadrilátero B son 3 • 9 = **27 cm**, 3 • 15 = 45 cm, 3 • 18 = 54 cm y 3 • 12 = 36 cm
2)	**Alternativa D** Como el Δ ABC es una reducción del Δ DEF determino porque número debo multiplicar 20 para obtener 6 (que son lados homólogos conocidos) Para ello encuentro la razón de semejanza planteando 6 : 20 = 0,3 luego la longitud de $\overline{BC}$ es su homólogo por 0,3 es decir 15 • 0,3 = 4,5
3)	**A.** __V__ Todos los cuadrados son semejantes entre sí. **B.** __V__ Todos los círculos son semejantes entre sí. **C.** __F__ Todos los triángulos rectángulos son semejantes entre sí. **Sólo si sus lados son proporcionales** **D.** __V__ Todos los triángulos equiláteros son semejantes entre sí. **E.** __V__ Todos los mapas de una ciudad son semejantes entre sí. **F.** __F__ Todos los pentágonos son semejantes entre sí. **Sólo si son pentágonos regulares**
4)	**Alternativa C** Como el lado del triángulo menor mide 120 cm y la razón es 3 : 4 lo que indica que por cada 3 unidades del triángulo menor el grande tiene 4. Luego $\frac{3}{4} = \frac{120}{x}$ = 0,75, luego divido 120 : 0,75 = 160 que es lo que mide el lado del triángulo más grande.
5)	**A.** __X__ El ancho real del dormitorio es de 5 m. Como esta a una escala de 1 : 10 significa que 1 cm del plano equivale a 10 cm en la realidad. Luego como mide 50 cm de ancho en el plano en la realidad es 10 esta cantidad es decir 500 cm que es igual a 5 m. **C.** __X__ Si se quiere ampliar el largo del dormitorio en 1,5 m, entonces el largo del dormitorio en el nuevo plano sería de 75 cm. El largo del dormitorio en el plano es de 60 cm luego en la realidad es de 600 cm que es igual a 6 m. Como aumenta en 1,5 m quedaría en 7,5 m en la realidad es decir 750 cm. La escala amplía las longitudes 10 veces, para encontrar la longitud en el plano hay que reducir 10 veces la longitud, es decir, 750 : 10 = 75 cm.
6)	**Alternativa C** La razón de semejanza es el valor de la razón entre los lados homólogos al comparar el lado resultante con el lado original, en este caso 6 : 24 = 0,25
7)	**Alternativa B** La razón de semejanza es 8 : 20 = 0,4 Luego el valor de x es 12 • 0,4 = 4,8

115492 1°M MAT.pdf 139 03-07-24 15:58

<table>
<tr><th>Pregunta</th><th>Solución</th></tr>
<tr><td>8)</td><td>

Alternativa A

La escala usada 16 : 5 luego planteamos la razón con los datos dados en el modelo

$\frac{16}{5} = \frac{8}{X} \longrightarrow 16x = 5 \cdot 8 \longrightarrow x = 40 : 16 = 2{,}5$

</td></tr>
<tr><td>9)</td><td>

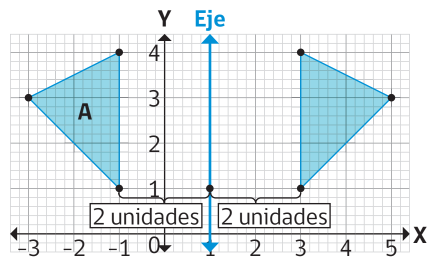
Alternativa D

Al comparar los lados homólogos podemos observar que el segmento $\overline{AD}$ = 3 m se triplica para resultar el segmento $\overline{AB}$ = 9 Luego debe pasar lo mismo con la altura del árbol = 4 m al triplicarse da la altura de la torre de alta tensión, es decir, 4 • 3 = 12 m

</td></tr>
<tr><td>10)</td><td>

Alternativa B

Todos los puntos de la figura reflejada están a la misma distancia del eje x = 1 lo que hace que la figura no cambie de forma sino solo de posición.



</td></tr>
<tr><td>11)</td><td>

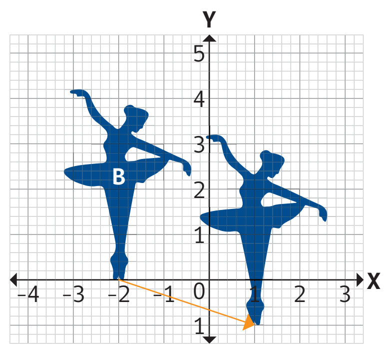
Alternativa D

Como es una rotación de *P*(4, 3) en torno al origen en 180° es decir, *R*(0, 180°) resulta el punto de coordenadas (–4, –3)

</td></tr>
<tr><td>12)</td><td>

Alternativa C

Como se traslada según el vector $\vec{v}$ = (3, –1), indica que la figura se mueve 3 unidades a la derecha y baja 1 unidad.

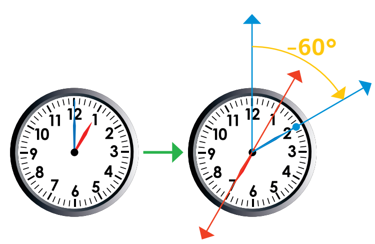


</td></tr>
<tr><td>13)</td><td>

Alternativa D

La vuelta completa es de 360° y el reloj está dividido en 12 partes iguales, luego cada parte mide 360 : 12 = 30°

Como se trata de un reloj y el giro de la manecilla azul contiene 2 partes el ángulo es negativo y mide –60°. Lo mismo acurre con la manecilla roja.



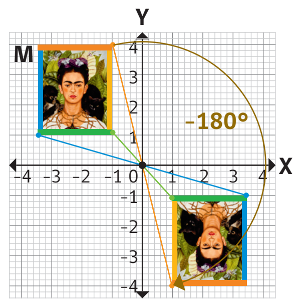
</td></tr>
</table>

115492 1°M MAT.pdf 140 03-07-24 15:58

<table>
<tr><th>Pregunta</th><th>Solución</th></tr>
<tr><td>14)</td><td>

Alternativa D

Como el giro es en −180° este debe ser en sentido contrario a las agujas del reloj o bien antihorario.



</td></tr>
<tr><td>15)</td><td>

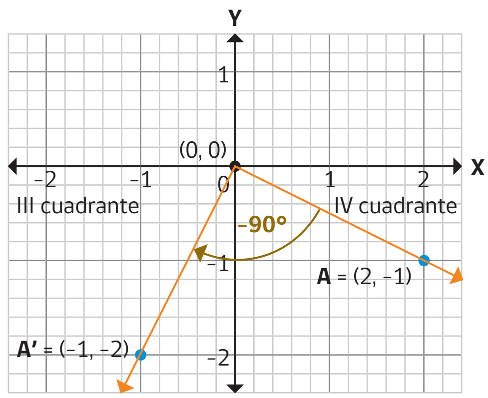
Alternativa A

Como es una rotación de $B(x, y)$ en torno al origen en 180° resultando el punto $B'(-5, 9)$ las coordenadas del punto B deben ser (5, −9). Recuerda que por el ángulo de 180° se mantienen los valores pero con signo contrario.

</td></tr>
<tr><td>16)</td><td>

Alternativa C

Al observar las coordenadas del punto $A(2, -1)$ y $A'(-1, -2)$ el punto A se ubica en el cuarto cuadrante y el punto A' en el tercer cuadrante luego debe aplicarse un ángulo de 90° negativo.



</td></tr>
<tr><td>17)</td><td>

Alternativa D

Al rotar la figura dos veces en 90° hacia la izquierda es lo mismo que rotarla en 180° en el mismo sentido, luego las coordenadas del punto $D(4, -6)$ quedarían $D'(4, -6)$ pues solo debe cambiar el signo de las coordenadas.

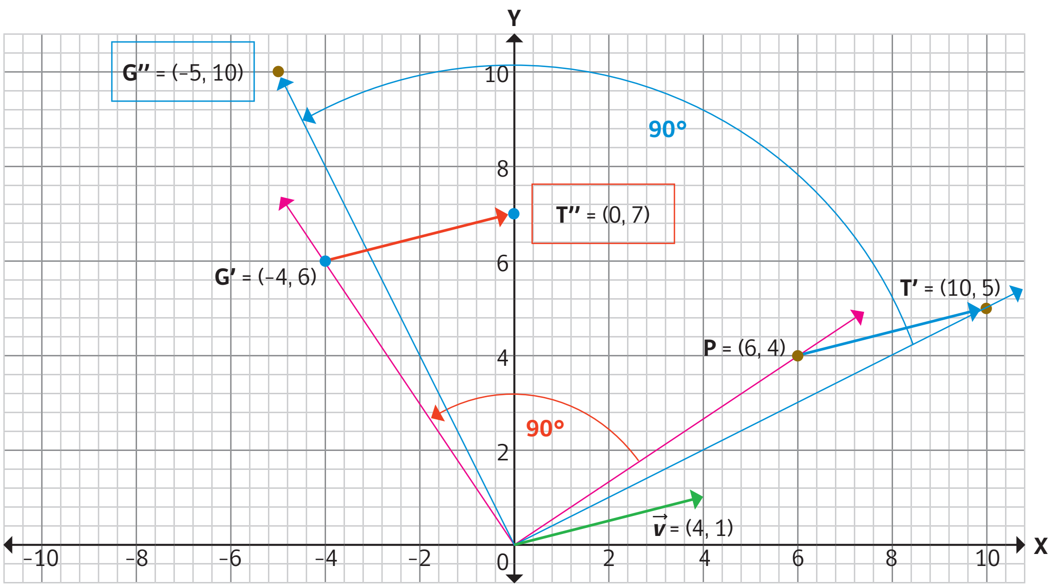
</td></tr>
<tr><td>18)</td><td>

Alternativa D

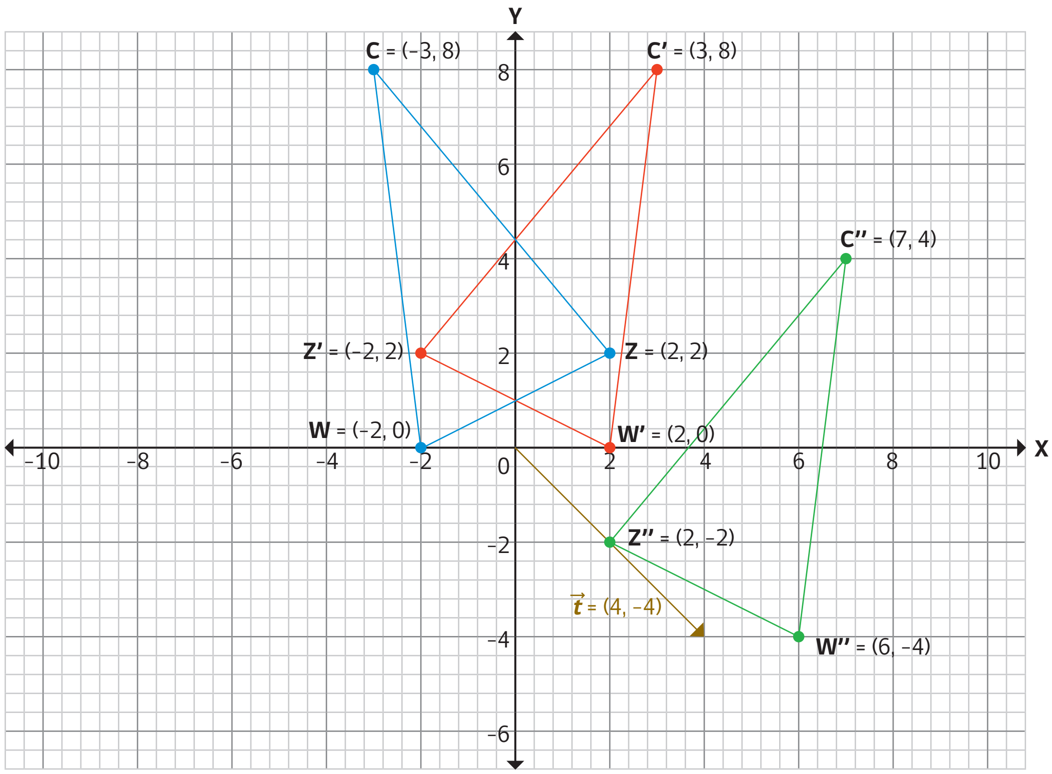
Como cada parte comprendida entre los números equivale a un ángulo de 30° y el minutero para completar un giro de −270° debería recorrer 9 partes pues, 9 • 30 = 270°, al contar las partes se llega a 11.

</td></tr>
</table>

115492 1°M MAT.pdf 141
03-07-24 15:58

Pregunta	Solución
19)	 Recuerda que según el vector traslación $\vec{v}$ = (4, 1) el punto se debe mover 4 unidades hacia la derecha y 1 unidad hacia arriba y al rotar en 90° un punto (x, y) resulta un punto ($-y$, x). Trayectoria azul: cuando se traslada primero el punto P y luego se gira resulta el punto $G''(-5, 10)$. Trayectoria roja: cuando se gira primero P y luego se traslada resulta el punto $T''(0, 7)$. Luego es distinto.

115492 1°M MAT.pdf 142 03-07-24 15:58

Pregunta	Solución
20)	 El triángulo azul se refleja respecto del eje "y" obteniendo el triángulo rojo, luego se traslada respecto del vector $\vec{t}$ =(4, –4) es decir, 4 unidades hacia la derecha y 4 unidades hacia abajo, obteniendo el triángulo verde.
21)	**Alternativa C** El punto (1, –1) al ser trasladado según el vector $\vec{s}$ = (2, 6) resulta el punto de coordenadas (1 + 2, –1 + 6) = (3, 5). Recuerda hay que sumar sus coordenadas.
22)	**Alternativa D** El punto (15, 4) se encuentra en el primer cuadrante, al reflejarlo sobre el eje *x* queda en el cuadrante IV luego sus coordenadas son (15, –4). Se mantiene "*x*" y se cambia el signo de "*y*".

115492 1°M MAT.pdf 143 03-07-24 15:58

Unidad 4 Probabilidades

Pregunta	Solución
1)	El espacio muestral estará conformado por todas las combinaciones que se puedan formar con los 3 nombres que propone el padre y los dos nombres que propone la madre tenemos: E = {Juan Andrés, Juan Pablo, Camilo Andrés, Camilo Pablo, Felipe Andrés, Felipe Pablo, Andrés Juan, Andrés Camilo, Andrés Felipe, Pablo Juan, Pablo Camilo, Pablo Felipe}
2)	Si C = Carlos, J = Josefa y M = Mario. El espacio muestral quedaría E = {(C–J),(C–M),(J–C),(J–M),(M–C),(M–J)}
3)	**Alternativa D** Aplicamos el principio multiplicativo: (tipo barquillo) • (tipo relleno) • (tipo helado) = 2 • 3 • 3 = 18
4)	**Alternativa C** Casos favorables 5: {(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2)} pares que suman 8. Casos totales 36: {(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),... (6,6)} todas las combinaciones. Luego por regla de Laplace la probabilidad de sumar 8 es $\frac{5}{36}$
5)	**Alternativa C** Aplicamos el Principio multiplicativo: (resultado moneda 1) • (resultado moneda 2) • (resultado moneda 3) = 2 formas distintas • 2 formas distintas • 2 formas distintas = 8
6)	**Alternativa A** Espacio muestral E = {(1,1) (1,2)(1,3)(1,4)(1,5)(1,6) (2,1)(2,2)...(6,6)} 36 casos en total o por el principio multiplicativo tenemos 6 • 6 = 36
7)	**Alternativa B** En la caja 2 ya que la mitad de las bolitas son negras, luego hay un 50% de posibilidades de obtener una bolita negra.
8)	Una de las posibilidades es sacar una bolita blanca de manera que la cantidad de bolitas negras (3) representen un tercio de la cantidad total de bolitas de la caja (9)
9)	**Alternativa D** Casos favorables 4: {2, 3, 5, 7} Casos totales 10: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} Luego por regla de Laplace $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$
10)	**Alternativa C** Casos favorables 10: {4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K } Casos totales 52, son todas las cartas Luego por regla de Laplace $\frac{10}{52}$

115492 1°M MAT.pdf 144 03-07-24 15:58

Pregunta	Solución
11)	**Alternativa B** Casos favorables 26 cartas negras Casos totales 52, son todas las cartas Luego por regla de Laplace $\frac{26}{52}$
12)	**Alternativa A** Casos favorables 12 cartas en total: {2, 4, 6, 8, 10, Q} en corazones y en diamantes Casos totales 52, son todas las cartas Luego por regla de Laplace $\frac{12}{52} = \frac{3}{13}$
13)	**Alternativa B** Casos favorables 4 cartas en total: {As trébol, As diamante, As corazón, As pica} Casos totales 52, son todas las cartas Luego por regla de Laplace $\frac{4}{52}$
14)	**Alternativa D** Principio multiplicativo (resultados moneda)•(resultados dado) = 2 • 6 = 12
15)	**Alternativa B** La frecuencia relativa de 2 puntos se aproxima a un sexto que corresponde a la probabilidad teórica.

115492 1°M MAT.pdf 145

03-07-24 15:58

115492 1°M MAT.pdf 146 03-07-24 15:58

115492 1°M MAT.pdf 146 03-07-24 15:58

115492 1°M MAT.pdf 146 03-07-24 15:58