ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE
Potencias

educarchile

FCH FUNDACIÓN CHILE

1er Nivel Medio

Asignatura
Matemática

Materiales
- 1 copia del anexo "Reglas del juego con potencias" por cada estudiante.

Tiempo estimado
1 clase de 90 min

OBJETIVO FUNDAMENTAL

Primer nivel medio

Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero:

- Transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes.
- Relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades.
- Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

INDICACIONES AL DOCENTE

La presente actividad está pensada para ser utilizada entre la tercera y cuarta clase en la que se aborde una vez que los estudiantes hayan reconocido que la potencia es una multiplicación iterativa, el significado del exponente 0 y de los exponentes enteros negativos.

La actividad planteada comienza como una situación de la vida cotidiana en la que intervienen las potencias, a través de la cual es posible adentrarse en las propiedades de potencias trabajadas durante los últimos niveles de enseñanza básica, y los conceptos ya trabajados en la unidad, para así que los estudiantes puedan demostrar y aplicar las propiedades de potencias.

HABILIDADES PARA EL SIGLO XXI

- Fomentando el pensamiento crítico.
- Desarrollando la metacognición.
- Fortaleciendo actitudes.

ESTRUCTURA DE CLASES

1. INICIO

El docente saluda a las y los estudiantes, y plantea el tema de la viralización de contenido en las redes sociales. Les pregunta si conocen la cantidad de gente que tiene acceso a nuestra información personal, publicaciones de cosas cotidianas, e incluso algunas noticias falsas o Fake-news. Algunos estudiantes dan su opinión al respecto y comparten con el curso las precauciones que toman para no ser víctima de una filtración no autorizada de información y para no caer en noticias falsas. A continuación, el profesor propone el siguiente problema:

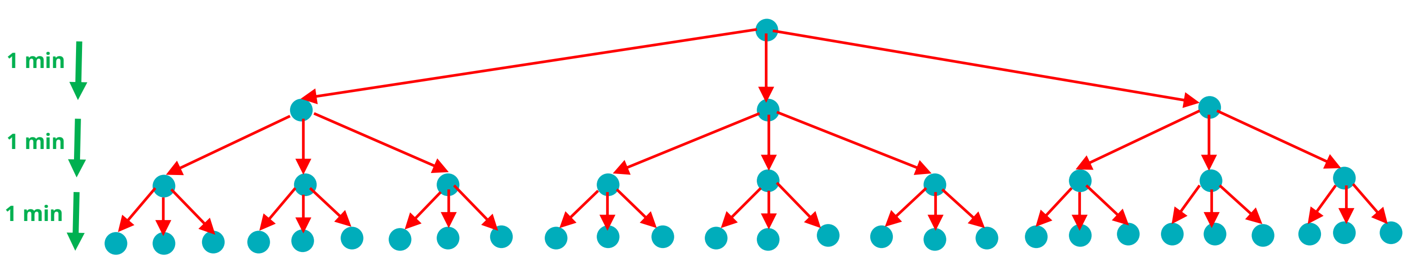
"Durante los primeros días posteriores el estallido social del 18 de octubre de 2019, se filtraron varios audios de Whatsapp de supuestos "militares" que decían que los habían mandado a acuartelarse para llevar a cabo un golpe de Estado y llamaban a toda la población a que juntaran agua y provisiones, además de sugerir enviar ese audio a 3 conocidos."

Presuma que todas las personas que reciben el audio cumplen con la sugerencia de formar la cadena, y que cada persona se demora 1 minuto en promedio en escuchar y compartir el audio a tres personas.

- **¿Cómo se puede representar gráfica y algebraicamente la cadena que genera el audio?**
- **Si usted recibió el audio y cumplió con la solicitud de compartirlo a 3 contactos ¿Cuántas personas se enterarán del supuesto "golpe de Estado" en el cuarto minuto después de que usted recibió el audio?**
- **Si usted recibió el audio después de 5 minutos de que se grabó. ¿Cuántas personas se habrán enterado en el séptimo minuto después de que usted lo recibió?**
- **¿Por qué es importante el uso responsable de las redes sociales y tecnologías de información?**

2. DESARROLLO

Los estudiantes, una vez que asocian la situación con la viralización en cadena de mensajes, representan gráficamente la situación mediante un diagrama de árbol similar al siguiente:



De esta forma comprenden que la cantidad de personas que recibirá el audio en un determinado momento es tres veces mayor que la que lo recibió un minuto antes. Así plantean que, si se quiere calcular la cantidad de personas en el minuto deben utilizar el modelo matemático $c(t) = 3^t$.

De esta forma, los estudiantes podrían contestar a la segunda pregunta de la actividad inicial, siguiendo el razonamiento a continuación:

$$\boldsymbol{c(4) = 3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81}$$

Así, se concluye que, si usted y todas las personas siguen la cadena de whatsapp, en el cuarto minuto se enterarán 81 personas sobre el supuesto golpe de Estado.

Para la tercera pregunta, siguiendo el modelo obtenido al representar algebraicamente la situación, se espera que los estudiantes identifiquen que como recibieron el audio a los 5 minutos de ser grabado y compartido, se tiene, que en total la cantidad de personas que recibieron el audio en ese tiempo está dada por la potencia 3^5, mientras tanto la cantidad de personas que recibió el audio al séptimo minuto después que ellos, esta dada por la potencia 3^7. De esta manera, los estudiantes identifican que para calcular la cantidad de personas que recibe esta cadena 7 minutos después de ellos deben resolver el producto $3^5 \cdot 3^7$. Aquí debería nacer la interrogante en los estudiantes **¿Cómo multiplicar potencias de igual base?**

Para que el curso pueda responder la pregunta realizada, el profesor propone y explica el siguiente desarrollo:

$$3^5 \cdot 3^7 = \underbrace{\underbrace{(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)}_{5\ factores} \cdot \underbrace{(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)}_{7\ factores}}_{5+7=12\ factores\ en\ total} = 3^{12} = 3^{5+7} \quad \Longrightarrow \boxed{3^5 \cdot 3^7 = 3^{5+7}}$$

Primero, se espera que los estudiantes contesten a la tercera y cuarta pregunta de la actividad inicial, afirmando que, si reciben el audio a los 5 minutos de grabado y siguen la cadena, en el séptimo minuto después de recibido 3^{12} personas se enterarán del supuesto golpe de estado. Por ello, el uso responsable de la tecnología y las redes sociales es vital en una era digital como la que vivimos, pues si son mal usadas, se producen mal entendidos como estos que pueden asustar a sectores más vulnerables de la población (tercera edad, niños)

Posteriormente, los estudiantes retoman la pregunta sobre la multiplicación de potencias de igual base, conjeturando que lo que ocurre al contar la cantidad de factores iguales para transformar esta multiplicación iterativa fue sumar los exponentes. Para que los estudiantes puedan continuar comprobando su conjetura y analizar otras propiedades, se sugiere entregarles el recurso pedagógico: "Reglas del juego con potencias"

Al trabajar en el recurso, los estudiantes pueden seguir un razonamiento deductivo para, de esta forma, llegar a generalizar cada propiedad. En el caso de la propiedad de división de potencias de igual base, se sigue un método similar al utilizado para demostrar la propiedad de división: Se descomponen las potencias del numerador y el denominador en multiplicaciones iterativas, y como la base es igual, se aplica la regla de cancelación de los números racionales tantas veces como sea necesario, por ejemplo:

$$\frac{4^{12}}{4^7} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4} = \underbrace{\frac{4}{4} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{4}{4}}_{7\ factores\ cancelados} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 1 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^5 = 4^{12-7}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\frac{4^{12}}{4^7} = 3^{12-7}}$$

En el caso de la propiedad de potencias de exponente 0, los estudiantes deben utilizar cualquiera de las propiedades vistas convenientemente (se sugiere ocupar la de división de potencias), reescribiendo el 0 del exponente como una suma o una resta conveniente. Por ejemplo:

$$\mathbf{7^0 = 7^{2-2} = \frac{7^2}{7^2} = 1 \implies \boxed{7^0 = \ 1}}$$

Para la propiedad de potencias de exponente negativo, los estudiantes deben transformar el exponente negativo de las potencias que se presentan en una resta conveniente (por ejemplo $\mathbf{3^{-6} = 3^{0-6}}$) y aplicar las propiedades de división de potencias de igual base, potencias de exponente 0 y el hecho que $\left(\frac{1}{b}\right)^a = \frac{1}{b^a}$ para transformarlas a potencias de exponente positivo. Por ejemplo:

$$\mathbf{4^{-1} = 4^{0-1} = \frac{4^0}{4^1} = \frac{1}{4} \implies \boxed{4^{-1} = \ \frac{1}{4}}}$$

$$\mathbf{\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{0-2} = \frac{\left(\frac{1}{5}\right)^0}{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{5^2}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{5^2}} = 5^2 \implies \boxed{\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \ 5^2}}$$

3. CIERRE

Se sugiere cerrar la clase preguntando a sus estudiantes sobre las dificultades que tuvieron durante el transcurso de la clase y en especial, al contestar el recurso pedagógico para demostrar las propiedades de las potencias. La idea es que se forme un pequeño intercambio de impresiones que reflejen el sentir después de la clase de la mayoría de los estudiantes. Así y para extraer información acerca del estado de los estudiantes, resuelven el siguiente problema:

Para ingresar a la aplicación del Banco "Credifácil", esta solicita una clave de 8 dígitos entre 0 y 9. Además para agregar a un contacto a la lista de transferencias, esta aplicación solicita también una clave enviada por SMS de 4 dígitos y otra contraseña que envían al correo electrónico, la cual tiene 3 números entre 0 y 9. **¿Cuántas combinaciones de claves diferentes se pueden formar desde que se ingresa a la aplicación, hasta realizar una transferencia electrónica?**

Los estudiantes representan la situación:

10 casos	10 casos	10 casos	10 casos	10 casos	10 casos	10 casos	10 casos		10 casos	10 casos	10 casos	10 casos		10 casos	10 casos	10 casos
CLAVE DE INTERNET									CLAVE SMS					CLAVE E-MAIL		

Cada casilla representa un número entre 0 y 9 que pertenece a la clave de cada cliente. Dado que no se conoce la clave, se tienen 10 opciones por dígito.

Así, plantean que la cantidad de opciones distintas esta dada por el producto entre la cantidad de opciones por clave, así, como la clave de internet tiene 8 dígitos con 10 opciones cada una, la cantidad de opciones para esa clave es de 10^8, para la clave de SMS son 10^4 opciones de clave ya que esta se conforma de 4 dígitos. Además, la clave de e-mail consta de 3 dígitos, por ende tiene 10^3 opciones posibles de clave. De esta forma, al plantear el producto y aplicando propiedades de potencias, se tiene que:

$$\mathbf{10^8 \cdot 10^4 \cdot 10^3 = 10^{8+4+3} = 10^{15} = 1000000000000000}$$

Por lo tanto, hay 1000000000000000 combinaciones de claves diferentes posibles desde que se ingresa a la aplicación y realizar una transferencia electrónica.

EVALUACIÓN Y SUGERENCIAS

INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

Para evaluar si los estudiantes se apropiaron de los conocimientos, habilidades y actitudes, se sugiere observar si los estudiantes llevan a cabo las siguientes acciones:

- Reconocen que la potencia de potencia es una multiplicación iterativa.
- Reconocen el significado del exponente 0 y de los exponentes enteros negativos.
- Aplican las propiedades de la multiplicación, la división y la potenciación de potencias en ejercicios.
- Describen relaciones y situaciones matemáticas, usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.
- Realizan demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración si hay saltos o errores.
- Buscan, aceptan sus errores y repiten procesos.
- Formulan preguntas o exponen hipótesis propias acerca de una situación o un problema.

SUGERENCIAS DE USO

- Se sugiere que este recurso de planificación se utilice en la Unidad de aprendizaje N°1, entre la segunda y cuarta clase en la que se aborde : *Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero, transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes*. En este caso, la actividad "Reglas del juego con potencias" se busca que los estudiantes por medio de un razonamiento deductivo lleguen a demostrar la propiedad, a medida que se le agrega dificultad al razonamiento.

- Recuerde que deducir es una habilidad que requiere que el estudiante aplique conocimientos y definiciones previas, para generalizar y descubrir propiedades o teoremas nuevos para él. En este proceso, además, el estudiante demuestra las propiedades que más adelante utilizará.

- Se sugiere continuar con la misma metodología del razonamiento deductivo para abordar el resto de las propiedades en las clases siguientes.

Anexos

Recurso pedagógico “Reglas del juego con potencias”

Nombre: ____

Curso: 1° Medio ____

Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero:

- Transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes.
- Relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades.
- Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

Indicadores de evaluación:

- Reconocen que la potencia de potencia es una multiplicación iterativa.
- Reconocen el significado del exponente 0 y de los exponentes enteros negativos.
- Aplican las propiedades de la multiplicación, la división y la potenciación de potencias en ejercicios.

Multiplicación de potencias de igual base. Transforme los productos de potencias involucradas a multiplicaciones iteradas y cuente la cantidad de factores para determinar la potencia resultante. En los casos que los miembros son letras, represéntelos de la siguiente forma: $\mathbf{3^m} = (\underbrace{\mathbf{3 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 3}}_{m\ factores})$

a.	$\mathbf{5^2 \cdot 5^8} =$
b.	$\left(\frac{7}{9}\right)^4 \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^2 =$
c.	$\boldsymbol{a^{11} \cdot a} =$
d.	$\left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^m =$
e.	$(-2)^n \cdot (-2)^6 =$
f.	$a^m \cdot a^n =$

División de potencias de igual base. Transforme las potencias de cada cociente a multiplicaciones iteradas y aplique la cantidad de veces necesarias la regla de la cancelación y transforme la expresión resultante en una potencia nuevamente. En los casos que los miembros son letras, represéntelos de la siguiente forma: $\mathbf{3^m} = (\underbrace{\mathbf{3 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 3}}_{m\ factores})$

a.	$\frac{4^{12}}{4^7} =$
b.	$\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{2}\right)^9 =$
c.	$\frac{x^8}{x} =$
d.	$\left(\frac{2}{9}\right)^2 : \left(\frac{2}{9}\right)^t$
e.	$\frac{(-7)^p}{(-7)^4} =$
f.	$\frac{a^m}{a^n} =$

Potencias de exponente 0. Transforme el exponente 0 de cada potencia en una suma o resta conveniente y aplica las propiedades ya deducidas para encontrar el valor de cada una:

a.	$7^0 =$
b.	$\left(\frac{1}{15}\right)^0 =$
c.	$(-105)^0 =$
d.	$a^0 =$

Desafío: ¿Qué ocurre al calcular 0^0? Justifica.

Potencias de exponente negativo. Transforme el exponente negativo de las potencias a continuación en una resta conveniente (por ejemplo $3^{-6} = 3^{0-6}$) y aplique las propiedades de división de potencias de igual base, potencias de exponente 0 y el hecho que $\left(\frac{1}{b}\right)^{a} = \frac{1}{b^{a}}$ para transformarlas a potencias de exponente positivo.

a. $4^{-1} =$
b. $\left(\frac{1}{7}\right)^{-2} =$
c. $a^{-7} =$
d. $b^{-m} =$
e. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-9} =$
f. $\left(\frac{4}{7}\right)^{-m} =$
g. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} =$
h. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} =$

Recurso pedagógico "Reglas del juego con potencias" (PAUTA)

Nombre: ____

Curso: 1° Medio _____

Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero:

- Transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes.
- Relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades.
- Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

Indicadores de evaluación:

- Reconocen que la potencia de potencia es una multiplicación iterativa.
- Reconocen el significado del exponente 0 y de los exponentes enteros negativos.
- Aplican las propiedades de la multiplicación, la división y la potenciación de potencias en ejercicios.

Multiplicación de potencias de igual base. Transforme los productos de potencias involucradas a multiplicaciones iteradas y cuente la cantidad de factores para determinar la potencia resultante. En los casos que los miembros son letras, represéntelos de la siguiente forma: $3^m = \underbrace{(3 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 3)}_{m\ factores}$

a.	$5^2 \cdot 5^8 = \underbrace{(5 \cdot 5)}_{2\ factores} \cdot \underbrace{(5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5)}_{8\ factores} = 5^{2+8} = 5^{10}$
b.	$\left(\frac{7}{9}\right)^4 \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^2 = \underbrace{\left[\left(\frac{7}{9}\right) \cdot \left(\frac{7}{9}\right) \cdot \left(\frac{7}{9}\right) \cdot \left(\frac{7}{9}\right)\right]}_{4\ factores} \cdot \underbrace{\left[\left(\frac{7}{9}\right) \cdot \left(\frac{7}{9}\right)\right]}_{2\ factores} = \left(\frac{7}{9}\right)^{4+2} = \left(\frac{7}{9}\right)^6$
c.	$a^{11} \cdot a = \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a)}_{11\ factores} \cdot \underbrace{a}_{1\ factor} = a^{11+1} = a^{12}$
d.	$\left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^m = \underbrace{\left[\left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right)\right]}_{5\ factores} \cdot \underbrace{\left[\left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \ldots \cdot \left(\frac{3}{4}\right)\right]}_{m\ factores} = \left(\frac{3}{4}\right)^{5+m}$
e.	$(-2)^n \cdot (-2)^6 = \underbrace{[(-2) \cdot (-2) \cdot \ldots \cdot (-2)]}_{n\ factores} \cdot \underbrace{[(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)]}_{6\ factores} = (-2)^{n+6}$
f.	$a^m \cdot a^n = \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{m\ factores} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{n\ factores} = a^{m+n}$

División de potencias de igual base. Transforme las potencias de cada cociente a multiplicaciones iteradas y aplique la cantidad de veces necesarias la regla de la cancelación y transforme la expresión resultante en una potencia nuevamente. En los casos que los miembros son letras, represéntelos de la siguiente forma: $3^m = (\underbrace{3\cdot 3\cdot \ldots\cdot 3}_{m\ factores})$

a. $$\frac{4^{12}}{4^7} = \frac{4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4}{4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4} = \underbrace{\underbrace{\frac{4}{4}\cdot\frac{4}{4}\cdot\frac{4}{4}\cdot\frac{4}{4}\cdot\frac{4}{4}\cdot\frac{4}{4}\cdot\frac{4}{4}}_{7\ factores\ cancelados}\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4}_{12\ factores\ totales} = 1\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4 = 4^{12-7} = 4^5$$

b. $$\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)} = \underbrace{\underbrace{\frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)}\cdot\frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)}\cdot\frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)}}_{3\ factores\ cancelados}\cdot\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)}\cdot\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)}\cdot\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)}\cdot\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)}\cdot\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)}\cdot\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)}}_{9\ factores\ en\ total} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^6}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{3-9} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-6}$$

c. $$\frac{x^8}{x} = \frac{x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x}{x} = \underbrace{\underbrace{\frac{x}{x}}_{1\ factor\ cancelado}\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x}_{8\ factores\ en\ total} = x^{8-1} = x^7$$

d. $$\left(\frac{2}{9}\right)^2 : \left(\frac{2}{9}\right)^t = \frac{\left(\frac{2}{9}\right)\cdot\left(\frac{2}{9}\right)}{\left(\frac{2}{9}\right)\left(\frac{2}{9}\right)\left(\frac{2}{9}\right)\cdots\left(\frac{2}{9}\right)\left(\frac{2}{9}\right)} \underbrace{\underbrace{\frac{\left(\frac{2}{9}\right)}{\left(\frac{2}{9}\right)}\cdot\frac{\left(\frac{2}{9}\right)}{\left(\frac{2}{9}\right)}}_{2\ factores\ cancelados}\cdot\frac{1}{\left(\frac{2}{9}\right)}\cdot\frac{1}{\left(\frac{2}{9}\right)}\cdot\ldots\cdot\frac{1}{\left(\frac{2}{9}\right)}}_{t\ factores\ en\ total} = \frac{1}{\left(\frac{2}{9}\right)^{t-2}} = \left(\frac{2}{9}\right)^{2-t}$$

e. $$\frac{(-7)^p}{(-7)^4} = \frac{(-7)\cdot(-7)\cdot(-7)\cdot(-7)\cdot(-7)\ldots\cdot(-7)}{(-7)\cdot(-7)\cdot(-7)\cdot(-7)} = \underbrace{\underbrace{\frac{(-7)}{(-7)}\cdot\frac{(-7)}{(-7)}\cdot\frac{(-7)}{(-7)}\cdot\frac{(-7)}{(-7)}}_{4\ factores\ cancelados}\cdot(-7)\cdot\ldots\cdot(-7)}_{p\ factores\ totales}$$

$$= (-7)^{p-4}$$

f. $$\frac{a^m}{a^n} = \frac{a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\ldots\cdot a}{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a} = \underbrace{\underbrace{\frac{a}{a}\cdot\frac{a}{a}\cdot\frac{a}{a}}_{n\ factores\ cancelados}\cdot a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{m\ factores\ en\ total} = a^{m-n}$$

Potencias de exponente 0. Transforme el exponente 0 de cada potencia en una suma o resta conveniente y aplica las propiedades ya deducidas para encontrar el valor de cada una:

a. $7^0 = 7^{2-2} = \frac{7^2}{7^2} = 1$

b.	$\left(\frac{1}{15}\right)^0 = \left(\frac{1}{15}\right)^{3-3} = \frac{\left(\frac{1}{15}\right)^3}{\left(\frac{1}{15}\right)^3} = 1$
c.	$(-105)^0 = (-105)^{7-7} = \frac{(-105)^7}{(-105)^7}$
d.	$a^0 = a^{1-1} = \frac{a}{a} = 1$

Desafío: ¿Qué ocurre al calcular 0^0? Justifica.

La expresión se indefine por que no se puede elevar 0 a 0 factores. Luego esta expresión no tiene solución.

Potencias de exponente negativo. Transforme el exponente negativo de las potencias a continuación en una resta conveniente (por ejemplo $3^{-6} = 3^{0-6}$) y aplique las propiedades de división de potencias de igual base, potencias de exponente 0 y el hecho que $\left(\frac{1}{b}\right)^a = \frac{1}{b^a}$ para transformarlas a potencias de exponente positivo.

a.	$4^{-1} = 4^{0-1} = \frac{4^0}{4^1} = \frac{1}{4}$
b.	$\left(\frac{1}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{7}\right)^{0-2} = \frac{\left(\frac{1}{7}\right)^0}{\left(\frac{1}{7}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{49}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{49}} = 49 = 7^2$
c.	$a^{-7} = a^{0-7} = \frac{a^0}{a^7} = \frac{1}{a^7}$
d.	$b^{-m} = b^{0-m} = \frac{b^0}{b^m} = \frac{1}{b^m}$
e.	$\left(\frac{2}{5}\right)^{-9} = \left(\frac{2}{5}\right)^{0-9} = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^0}{\left(\frac{2}{5}\right)^9} = \frac{1}{\left(\frac{2}{5}\right)^9} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{2^9}{5^9}} = \frac{5^9}{2^9} = \left(\frac{5}{2}\right)^9$
f.	$\left(\frac{4}{7}\right)^{-m} = \left(\frac{4}{7}\right)^{0-m} = \frac{\left(\frac{4}{7}\right)^0}{\left(\frac{4}{7}\right)^m} = \frac{1}{\left(\frac{4}{7}\right)^m} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{4^m}{7^m}} = \frac{7^m}{4^m} = \left(\frac{7}{4}\right)^m$
g.	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \left(\frac{a}{b}\right)^{0-1} = \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^0}{\left(\frac{a}{b}\right)^1} = \frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$

h. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{a}{b}\right)^{0-m} = \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^{0}}{\left(\frac{a}{b}\right)^{m}} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^{m}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{a^m}{b^m}} = \frac{b^m}{a^m} = \left(\frac{b}{a}\right)^{m}$