

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

Función lineal y afín

educarchile

FCH
FUNDACIÓN CHILE



1er Nivel Medio



Asignatura
Matemática



Materiales

- Sala de computación con acceso a Internet y 1 computador por estudiante
- 1 computador y proyector para el docente
- 1 copia de cada anexo por estudiante



Tiempo estimado
1 clase de 90 minutos

OBJETIVO FUNDAMENTAL

Primer Nivel Medio

Mostrar que comprenden la función afín:

- Generalizándola como la suma de una constante con una función lineal.
- Trasladando funciones lineales en el plano cartesiano.
- Determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo.
- Relacionándola con el interés simple.
- Utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

HERRAMIENTAS DE GOOGLE

Uso de Hojas de cálculo de Google

En la clase, las y los estudiantes desarrollarán una serie de actividades separadas en hojas distintas del archivo de Hojas de cálculo de Google "Recurso Pedagógico: La función afín como modelo matemático", que les permitirá aplicar y ampliar sus conocimientos sobre funciones lineales y afines, incorporando a esta herramienta como un procesador de fórmulas y graficador útil para visualizar el tránsito entre distintos registros semióticos del objeto matemático.

INDICACIONES AL DOCENTE

La presente propuesta de actividades está pensada para ser utilizada entre la tercera y la quinta clase en la que se aborde cuando los y las estudiantes deban representar funciones afines gráficamente y cuando deban deducir la ecuación de una función dada su gráfica y diferenciar entre funciones lineales y afines.

Esta propuesta considera que los y las estudiantes son capaces de representar, completar y corregir tablas y gráficos pertenecientes a cambios con una base fija y tasa de cambio constante de forma manual, para que a través de la utilización de una plantilla en Hojas de cálculo de Google y siguiendo las indicaciones del anexo "Recurso Pedagógico: La función afín como modelo matemático", cada estudiante logre visualizar el tránsito entre el registro gráfico y algebraico de la función afín.

SUGERENCIAS DE USO

Es importante mencionar que la utilización de este material en la clase dependerá del docente y del criterio de tiempo que observe al momento de aplicar dichos insumos.

La actividad está pensada para ser trabajada de forma individual por los y las estudiantes, pero puede adaptarse a un trabajo en parejas o tríos en el caso de que los computadores sean escasos en el establecimiento.

La rúbrica de las habilidades del siglo XXI puede ser entregada a los estudiantes para así lograr un control de proceso y sean los propios mediadores de los avances y progresos.

HABILIDADES PARA EL SIGLO XXI

- **Viviendo en la sociedad digital**

Evaluar información obtenida a través de distintos medios y desarrollar nuevos productos a partir de datos iniciales, se logra mediante la alfabetización en información y en tecnologías digitales. Ambas son herramientas para trabajar en la sociedad digital del siglo XXI.

- **Fomentando el pensamiento crítico**

El pensamiento crítico es un proceso mental que permite razonar y evaluar evidencia disponible respecto de un problema que se quiere resolver. Este proceso puede ser facilitado desde la acción docente, potenciando así las capacidades de aprendizaje de nuestros estudiantes.

- **Fortaleciendo actitudes**

Conocer los códigos de conducta aceptados para vivir armónicamente en sociedad nos permite adaptarnos mejor a los cambios del mundo.



ESTRUCTURA DE CLASE

1. INICIO

(15 minutos)

Los y las estudiantes registran en su cuaderno el objetivo de la clase: “Representar funciones lineales y afines por medio de Hojas de cálculo de Google”. Mientras tanto, se sugiere entregar a cada estudiante una copia de cada anexo.

Los y las estudiantes leen en conjunto la situación inicial que aparece en el anexo “Recurso pedagógico: La función afín como modelo matemático”. Se recomienda discutir la respuesta a la primera pregunta en plenario, recogiendo la mayor cantidad de respuestas posibles. Si los estudiantes responden de inmediato correctamente, por medio de diálogo socrático haga que justifiquen por que la función es $f(x) = 150x$ y qué lógica utilizaron para llegar a dicho modelo.

También puede reactivar la diferencia entre función lineal y afín por medio de este ejercicio, agregando la condición de que el local le cobre la bolsa (coeficiente de posición), en el marco de la nueva ley de reducción de bolsas plásticas.

2. DESARROLLO

(15 minutos)

Situación Inicial

Una vez que hayan llegado al modelo y justificado oportunamente, se recomienda que haga que estudiantes voluntarios o designados lean los pasos del proceso para graficar funciones con Hojas de cálculo de Google, para que cuando termine la lectura colectiva, los o las estudiantes planteen dudas que les hayan quedado del proceso. Si los estudiantes no han trabajado antes con Hojas de cálculo de Google, se recomienda que, a medida que vaya siendo necesario, explique algunas generalidades de esta herramienta como:

- Para calcular valores, se debe escribir el símbolo “=” en la celda en la que queremos que quede el resultado y seleccionando las celdas y operaciones involucradas. Al presionar “Enter” se obtendrá el resultado.
- Si el resultado arroja un mensaje de error, se debe revisar que no haya celdas en blanco que estén consideradas como divisores y que todas las fórmulas y paréntesis estén escritos correctamente.
- La multiplicación se representa con el símbolo “*” y la división con el símbolo “/”.
- Al deslizar hacia arriba, abajo, a la izquierda o a la derecha una celda que contiene una fórmula, la herramienta de Hojas de cálculo de Google continuará el patrón en las celdas seleccionadas.
- Entre otras que estime pertinente.

(25 minutos)

Actividad N°1

A medida que las y los estudiantes vayan terminando de resolver la situación inicial, deben leer individualmente las instrucciones de la actividad N°1 "Recurso pedagógico: La función afín como modelo matemático", consultando sus dudas particulares al docente.

(25 minutos)

Actividad N°2

Cuando gran parte de los estudiantes hayan terminado la actividad N°1, se sugiere generar un quiebre en la clase haciendo una lectura colectiva de las instrucciones de la actividad N°2. En ella puede intervenir para explicar la pendiente y el coeficiente de variación de una función lineal y la incidencia que tienen en la gráfica.

Se recomienda que cuando queden 20 minutos de la clase, pida silencio en la sala y propicie un ambiente óptimo para generar una retroalimentación entre pares de la actividad.

3. CIERRE

(10 minutos)

A partir de las respuestas entregadas por los estudiantes y cuando queden 10 minutos de la clase, el profesor pide a los estudiantes que contesten la actividad de Reflexión, para que luego comenten entre todos las dificultades y aciertos que tuvieron en el desarrollo de la actividad.



EVALUACIÓN Y SUGERENCIAS

INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

Para evaluar si los estudiantes se apropiaron de los conocimientos, habilidades y actitudes, se adjunta en anexos la rúbrica de evaluación del trabajo “La función afín como modelo matemático”. Además, se sugiere observar durante la clase si los estudiantes llevan a cabo las siguientes acciones:

- Representan, completan y corrigen tablas y gráficos pertenecientes a cambios con una base fija y tasa de cambio constante.
- Elaboran tablas de valores y gráficos que pertenecen a funciones lineales o afines utilizando Hojas de cálculo de Google.
- Elaboran, basados en los gráficos, la ecuación de la función afín: $f(x) = a \cdot x + b$.
- Diferencian modelos afines y lineales.
- Resuelven problemas destacando la información relevante dada.
- Usan de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en el procesamiento de datos mediante herramientas de Google.
- Relacionan y contrastan información entre distintos niveles de representación.

Rúbrica de evaluación: La función afín como modelo matemático

Este insumo tiene por finalidad evaluar y tener conocimiento del grado de logro de la actividad en su conjunto, considerando el dominio de las proporcionalidades directas e inversas, el uso de Hojas de cálculo de Google, la resolución de las actividades como tal y las actitudes con las que los estudiantes se desarrollaron durante su desarrollo.

Crterios	Adecuado (5)	Elemental (3)	Insuficiente (1)
Resolución del problema inicial	Plantea correctamente la función del problema y elabora la gráfica a través de la herramienta digital siguiendo las instrucciones de la actividad.	Plantea correctamente la función del problema, pero no logra elaborar la gráfica a través de la herramienta digital por que se desvía del procedimiento.	No plantea la función de la situación inicial ni tampoco logra elaborar su gráfica por medio de la herramienta digital.
Actividad N°1 Creación de tablas de valores	Las tablas de valores de las funciones afines de la actividad N°1 fueron creadas en base a fórmulas,	Una de las tablas fue completada en forma manual y/o siguieron las instrucciones en forma parcial.	Ambas tablas fueron creadas en forma manual.

	siguiendo correctamente las instrucciones.		
Actividad N°1 Creación de gráficos	Construyen, por medio de la herramienta digital, gráficos para cada una de las funciones dadas en forma algebraica. Además, analizan los gráficos oportunamente.	Construyen, por medio de la herramienta digital, gráficos para cada una de las funciones dadas en forma algebraica, pero no analizan oportunamente el gráfico.	No logran construir el gráfico por medio de la herramienta digital, por lo que tampoco logran responder a las preguntas que se desprenden.
Actividad N°2 Determinar la forma algebraica de una función	Comprueban si las gráficas dadas son funciones lineales o afines y, además, la plantean de forma algebraica utilizando Hojas de cálculo de Google y determinando correctamente la pendiente y el coeficiente de posición.	Comprueban si las gráficas dadas son funciones lineales y afines, pero no logran plantear correctamente la forma algebraica de la función.	No comprueban si las gráficas son funciones lineales o afines ni tampoco logran plantear correctamente la forma algebraica de la función.
Uso responsable de las TIC's	Usan de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en el procesamiento de datos mediante herramientas de Google.	Usan de manera efectiva las tecnologías de la comunicación en el procesamiento de datos mediante herramientas de Google, pero son irresponsables con el desarrollo de su actividad.	Usan de manera irresponsable e ineficiente las tecnologías de la comunicación en el procesamiento de datos mediante herramientas de Google.



ANEXOS

RECURSO PEDAGÓGICO: LA FUNCIÓN AFÍN COMO MODELO MATEMÁTICO

Nombre: _____

Curso: _____

Mostrar que comprenden la función afín:

- Generalizándola como la suma de una constante con una función lineal.
- Trasladando funciones lineales en el plano cartesiano.
- Determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo.
- Relacionándola con el interés simple.
- Utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

Indicadores de evaluación:

- ✓ Representan, completan y corrigen tablas y gráficos pertenecientes a cambios con una base fija y tasa de cambio constante.
- ✓ Elaboran, basados en los gráficos, la ecuación de la función afín: $f(x) = a \cdot x + b$.
- ✓ Diferencian modelos afines, lineales y de proporcionalidad inversa.

Situación inicial:

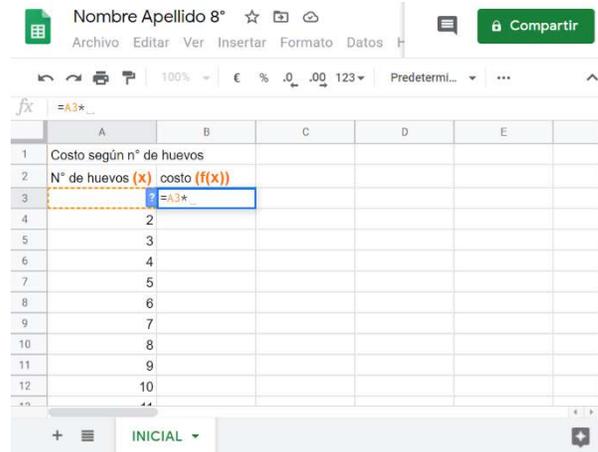
María tiene un almacén en su casa y vende los huevos a \$150 cada uno.

¿Existe alguna función que permita decirle a María cual es el valor que debe cobrar según la cantidad de huevos que compre cada cliente? Si existe, plantéala.



Luego sigue el procedimiento a continuación para **crear una tabla de valores** para que María pueda saber cuánto cobrar según la cantidad de huevos que le compren.

- 1) Ingresa desde tu correo Gmail a Hojas de Cálculo de Google y crea una hoja en blanco. Cambia el título del archivo por tu nombre apellido y curso (por ejemplo, "Manuel Fernández 8°C").
- 2) Renombra la primera hoja del archivo de Hojas de cálculo de Google como "INICIAL".
- 3) Dentro de la hoja INICIAL crea una tabla de dos columnas para representar la situación. A la primera columna le llamaremos "N° de huevos (x)", mientras que a la segunda le llamaremos "Costo (f(x))".
- 4) En la columna **x** ubica los números del 1 al 50. Para ello, puedes escribir "1" en la primera celda vacía, "2" en la segunda y luego arrastrar hacia abajo para que Hojas de cálculo de Google continúe la secuencia de números.
- 5) En la primera celda vacía de la columna **f(x)** escribe "=" seguido de la fórmula que encontraste para determinar **f(x)** en la pregunta inicial. Considera que debes reemplazar el valor de **x** por la celda en la planilla que contiene al primer valor de la columna **x** (en la imagen del ejemplo sería por **A3**).
- 6) Una vez que la hoja de cálculo te haya mostrado el valor, arrastra hacia abajo para determinar el costo que tendría comprar 2, 3, 4 y más huevos.
- 7) Selecciona todas las celdas que contengan números de las dos columnas que creaste en los pasos anteriores, despliega el menú INSERTAR y selecciona la opción "Gráfico". Luego de unos segundos debería aparecer un gráfico que representa a la función.



Actividad N°1:

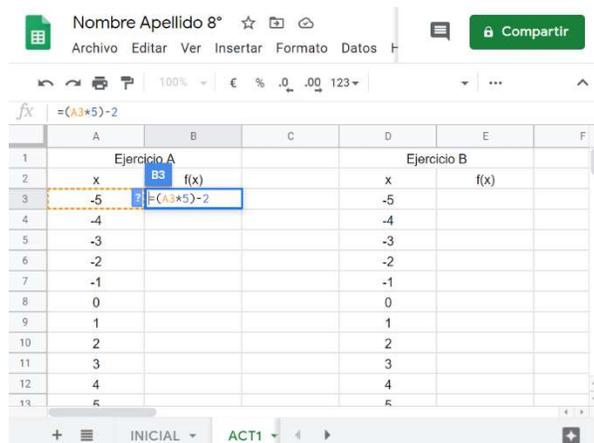
Graficando funciones afines

Ahora practicaremos cómo graficar funciones con Hojas de cálculo de Google. Para ello sigue las instrucciones:

- 1) Crea una nueva hoja dentro del mismo archivo que creaste en la actividad inicial. Renómbrala como "ACT1".
- 2) Dentro de la hoja ACT1, crea una tabla de dos columnas para representar a cada ejercicio. A la primera columna de cada tabla le llamaremos **x**, mientras que a la segunda le llamaremos **f(x)**.

3) En la columna **x** ubica los números que quieres que aparezcan en el **eje x** del gráfico. A menos que necesites otros valores, se recomienda que utilices todos los números enteros entre -5 y 5 (o -10 y 10 si quieres que el gráfico sea más amplio).

4) En la primera celda vacía de la columna **f(x)** escribe "=" seguido de la fórmula que te dan para determinar **f(x)**. Considera que debes reemplazar el valor de **x** por la celda en la planilla que contiene al primer valor de la columna **x** (en la imagen, para el ejercicio A sería por **A3**, mientras que para el ejercicio B sería por **D3**).



5) Una vez que la hoja de cálculo te haya mostrado el valor, arrastra hacia abajo para determinar el resto de las imágenes de la función.

6) Selecciona todas las celdas que contengan números de las dos columnas que creaste en los pasos anteriores, despliega el menú INSERTAR y selecciona la opción "Gráfico". Luego de unos segundos debería aparecer un gráfico que representa a la función.

Sigue los pasos anteriores para graficar las siguientes funciones afines:

A. $f(x) = 5x - 2$

B. $f(x) = 6 - 2x$

Una vez concluidos los gráficos, responde las siguientes preguntas:

- ¿En que se diferencian entre sí estos gráficos?

- ¿Qué diferencia tienen estos gráficos con el de la función de la "Situación Inicial"?

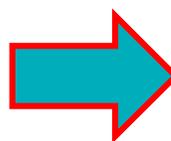
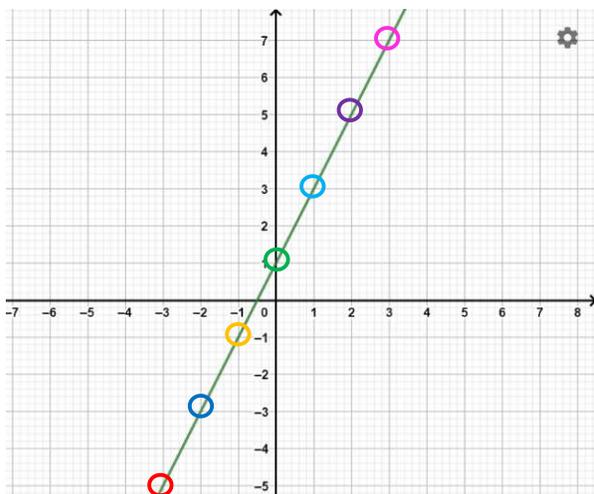
- ¿En se diferencian las funciones afines de las funciones lineales?

Actividad N°2:

Si me dan un gráfico, ¿cómo puedo definir la función asociada?

En las actividades anteriores aprendiste como graficar una función cuando nos daban o podíamos deducir su ecuación de la forma $f(x) = ax + b$, para lo cual además pasábamos por una tabla de valores. Pero para hacer la transición inversa, es decir desde el gráfico a la ecuación, debemos seguir los pasos a continuación:

- 1) Observa el gráfico y anota los pares ordenados que pertenecen a la recta y cuya coordenada x es un número entero. Para ello, puedes formar los valores que encuentres en una tabla como la del ejemplo:



x	f(x)
-3	-5
-2	-3
-1	-1
0	1
1	3
2	5
3	7

- 2) Copia la tabla de valores en una nueva hoja del archivo de Hojas de cálculo de Google. Deja libre la primera columna para que sean más sencillos los pasos siguientes.
- 3) En la columna que dejaste libre, calcula el valor de la diferencia entre el término siguiente y el correspondiente a cada celda de la columna x (es decir, B3-B2, B4-B3 y así sucesivamente). Recuerda que puedes arrastrar la fórmula.
- 4) En la columna que se encuentra a la derecha de f(x) calcula el valor de la diferencia entre el término siguiente y el correspondiente a cada celda de la columna f(x) (es decir, C3-C2, C4-C3 y así sucesivamente). Recuerda que puedes arrastrar la fórmula.

	A	B	C	D	E
1	x2-x1	x	f(x)	f(x2)-f(x1)	
2	=B3-B2	-3	-5		
3	1	-2	-3		
4	1	-1	-1		
5	1	0	1		
6	1	1	3		
7	1	2	5		
8		3	7		

	A	B	C	D	E
1	x2-x1	x	f(x)	f(x2)-f(x1)	
2	1	-3	-5	=C3-C2	
3	1	-2	-3	2	
4	1	-1	-1	2	
5	1	0	1	2	
6	1	1	3	2	
7	1	2	5	2	
8		3	7		

- 5) Si en cada columna que formaste en el paso 3 y 4 se obtienen solo valores iguales, **entonces la función es afín o lineal**. Además, para cualquiera de los dos casos se puede calcular el valor del coeficiente a de la siguiente manera:

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

En el ejemplo: $a = \frac{2}{1} = 2$

- Determinar el valor de b , además de ser necesario para construir la ecuación de la forma $f(x) = ax + b$, sirve para saber si la función es lineal o afín. Si $b = 0$ la función es lineal y si $b \neq 0$ la función es afín.

El valor de b se obtiene directamente observando cuánto vale $f(x)$ cuando x vale 0. En este ejemplo, $b = 1$, **por lo que además sabemos que la función es afín**.

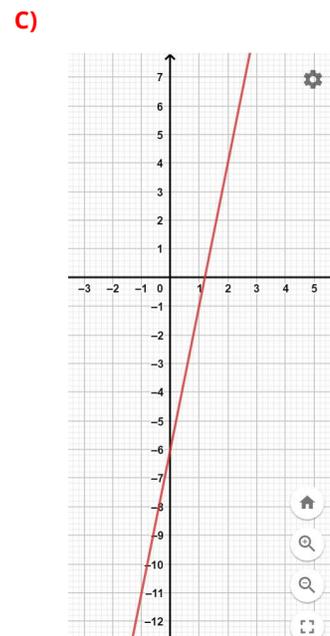
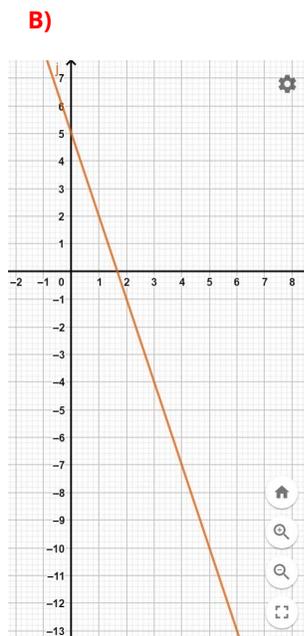
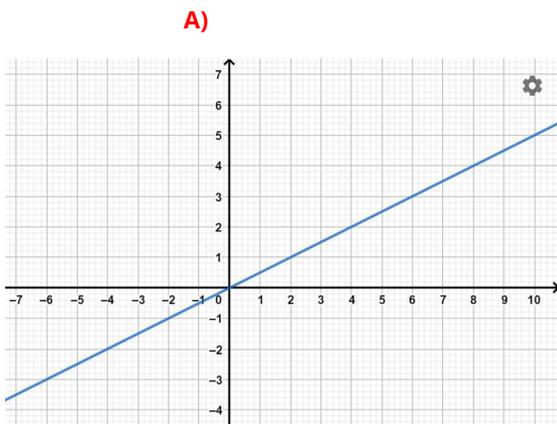
x	f(x)
-3	-5
-2	-3
-1	-1
0	1
1	3
2	5
3	7

- Luego formamos la ecuación que representa a la función afín. En el ejemplo:

$$f(x) = ax + b \Rightarrow f(x) = 2x + 1$$

Observación: Comúnmente al valor de a se le conoce como **pendiente de la recta** y representa su inclinación. Entre más lejos del cero esté el valor de a , más inclinada será la recta.

Ahora te toca a ti: Comprueba si las funciones a continuación son lineales o afines y encuentra la ecuación que define a la función para cada gráfico a continuación. Usa el procedimiento anterior con Hojas de cálculo de Google.





¿Cómo aprendí hoy?

Une con una línea cada acción con el grado de dificultad que tuvo para ti:

Usar Hojas de cálculo de Google:

FÁCIL

Construir tablas de valores en Hojas de cálculo de Google:

NI DIFÍCIL NI

Construir gráficos de funciones en Hojas de cálculo de Google:

DIFÍCIL

Determinar la ecuación de funciones dada su gráfica: